

Jozef KRCHO, Alexandra BENOVÁ

GEOMETRICKÁ ŠTRUKTÚRA GEORELIÉFU A JEJ KARTOGRAFICKÉ VYJADRENIE VO VZŤAHU K ELEMENTÁRNYM FORMÁM GEORELIÉFU

Krcho J., Benová A.: Geometrical Structure of Georelief and its Cartographic Expression in Relation to Elementary Landforms. Kartografické listy, 2002, 10, 15 figs., 22 refs.

Abstract: The article deals with some problems of accuracy of cartographical expression of the mutual relation of geometrical forms of georelief, genetic forms of georelief and elementary landforms. Considering good genetic interpretation of elementary landforms are nonetheless in the work earmarked elementary landforms in relation to its geometrical structure. Georelief was outlined from the general systems theory point of view and we set the conditions for modelling of geometrical structure of georelief, which is modelling by Digital Georelief Model (DGM) without time parameter T .

Keywords: general systems theory, morphometric parameters, geometrical structure, geometrical forms, genetic forms of georelief, elementary landforms, Dupin indicatrix.

Náčrt problému

V práci z hľadiska teórie systémov stručne načrtávame niektoré problémy presnosti kartografického vyjadrenia vzájomného vzťahu geometrických a genetických foriem georeliéfu pomocou digitálnych modelov. Pretože genetické formy georeliéfu sú viazané na procesy v geografickej sfére, o georeliéfe (RF) najprv uvažujeme ako o osobitnom dynamickom subsystéme $S_{RF}(P, T)$ fyzickogeografickej (FG) sféry uvažovanej ako priestorovo organizovaný systém $S_{FG}(P, T)$ (Krcho 1968, 1986, 1990), kde P – poloha a T – čas.

V zmysle práce (Krcho 1990) stručne uvedieme podmienky, za ktorých možno vo zvolenej mierke $1:M_i$ a jej rozlišovacej úrovni U_i parameter času T na určitý časový úsek vynechať a georeliéf pre tento časový úsek vyjadriť ako statický systém. Tieto podmienky umožňujú potom vo zvolenej mierke $1:M_i$ a jej rozlišovacej úrovni U_i korektne stanoviť kritériá pre modelovanie georeliéfu pomocou digitálnych modelov bez parametra času T , ako aj kritéria pre dĺžku časovej a priestorovej platnosti takéhoto modelovania.

Fyzickogeografickú sféru ako systém $S_{FG}(P, T)$ a georeliéf ako jej subsystém $S_{RF}(P, T)$ vyjadrujeme najprv vzhľadom na reálny priestor geografickej sféry vyjadrený vzhľadom na referenčnú plochu Zeme v súradnicovej sústave $\langle O, \varphi, \lambda, h \rangle$. Výsledne však georeliéf po operácii zobrazenia vyjadríme v abstraktnom kartografickom zobrazovacom 2D, resp. 3D priestore uvažovanom v karteziánskej súradnicovej sústave $\langle O, x, y, z \rangle$. Geometrickú štruktúru georeliéfu vo vzťahu k jeho genetickým formám modelujeme teda v mierke $1:M_i$ pomocou komplexného digitálneho modelu georeliéfu (KDMG) bez parametra času T . Modelová oblasť: Malé Karpaty, úsek Rača – Malý a Veľký Javorník. Tento problém bol už čiastočne z tej istej oblasti načrtnutý v práci (Benová, Moravčík 1999).

Prof. RNDr. Jozef KRCHO, DrSc., Mgr. Alexandra BENOVÁ, Katedra kartografie, geoinformatiky a diaľkového prieskumu Zeme, Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského, Mlynská dolina 1, 842 15 Bratislava, e-mail: benova@fns.uniba.sk

Fyzickogeografická sféra ako priestorovo organizovaný systém $S_{FG}(P, T)$ a georeliéf ako jej zvláštny subsystém $S_{RF}(P, T)$.

Georeliéf je osobitnou súčasťou FG-sféry, v ktorej má zvláštne postavenie. FG-sféra je celoplanetárny priestorovo organizovaný látkovo energetický komplex, tvoriaci dynamický celok. Celoplanetárne je vymedzený oblasťou vzájomného prieniku piatich základných geosfér: atmosféry, hydrosféry, litosféry, pedosféry a biosféry, ktoré sú v interakcii. Sú zároveň základnými zložkami FG-sféry. Interakcia týchto zložiek vyvoláva v priestore FG-sféry špecifické procesy spojené s obehom látok a energie.

Výsledkom týchto procesov je aj georeliéf s jeho genetickými formami a charakteristickou geometriou týchto foriem.

FG-sféru vrátane georeliéfu možno študovať z rôznych hľadísk. Z rôznych hľadísk bola vrátane georeliéfu študovaná aj aparátom teórie systémov. Jedným z hľadísk bola formulácia FG-sféry ako geosystému najvyššieho rádu, ktorý je vnútorne diferencovaný do jednotlivých rôznych subsystémov nižších rádoov tvoriacich priestorové jednotky (Sočava 1978, Armand 1966, 1975, Haase 1980, Richter 1968 atď.). Podobne bol z rôznych hľadísk študovaný aj georeliéf ako zvláštny geosystém (Chorley a Kennedy 1971, Demek 1974 atď.).

Poznámka 1. Teória systémov umožňuje každý ľubovoľný objekt alebo množinu objektov širšie študovať ako celok z rôznych hľadísk. Na každý ľubovoľný objekt možno tak zaviesť práve toľko systémov, z koľkých hľadísk možno tento objekt študovať. To vo všeobecnosti platí aj pre FG-sféru. (**koniec poznámky 1.**)

FG-sféra s georeliéfom bola z hľadiska jej priestorovej organizácie taktiež študovaná aparátom teórie systémov (Krcho 1968, 1974, 1986, 1990). Bola v nich všeobecne načrtnutá ako priestorovo organizovaný látkovo energetický dynamický systém $S_{FG}(P, T)$ vyjadrený na najnižšej rozlišovacej úrovni v tvare usporiadanej dvojice $S_{FG}(P, T) = [G_{FG}(P, T), R_{FG}(\Delta P, T)]$, kde $G_{FG}(P, T) = [a_j(P, T)]_{j=1}^5$ – usporiadaná množina priestorovo lokalizovaných prvkov $a_j(P, T)$ reprezentujúcich jednotlivé základné geosféry, $R_{FG}(\Delta P, T)$ – usporiadaná množina závislostí medzi prvkami $a_j(P, T) \in G_{FG}(P, T)$ systému $S_{FG}(P, T)$ a jednak medzi prvkami $a_j(P, T) \in G_{FG}(P, T)$ a okolím $g_{0(FG)}$ systému $S_{FG}(P, T)$, $P = (\varphi, \lambda, h)$ – absolútna poloha v súradnicovej sústave $\langle O, \varphi, \lambda, h \rangle$, kde φ – geografická šírka, λ – geografická dĺžka, h – nadmorská výška v smere normál N k referenčnej ploche Zeme, $\Delta P = (\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h)$ relatívna poloha, kde $\Delta\varphi = \varphi_j - \varphi_i$, $\Delta\lambda = \lambda_j - \lambda_i$, $\Delta h = h_j - h_i$, T – parameter času.

Poznámka 2. Zvýšením rozlišovacej úrovne boli prvky $a_j(P, T) \in G_{FG}(P, T)$ podľa (Krcho 1990) rozlíšené ako priestorovo organizované subsystémy $Sa_k(P, T) = [Ga_k(P, T), Ra_k(\Delta P, T)]$, $k = 1, 2, \dots, 5$, kde $Sa_1(P, T)$ – subsystém atmosféry, $Sa_2(P, T)$ – subsystém hydrosféry, $Sa_3(P, T)$ – subsystém povrchových častí litosféry, $Sa_4(P, T)$ – subsystém pedosféry, $Sa_5(P, T)$ – subsystém biosféry, ktoré sú v interakcii. FG-sféra je potom dynamický systém $Sa_k(P, T)$ tvorený interakciou uvedených subsystémov $Sa_k(P, T)$, ktoré sú navzájom prepojené väzbami. Georeliéf s jeho geometriou je výsledkom interakcie subsystémov $Sa_k(P, T)$. (**koniec poznámky 2.**)

FG-sféra sa ako dynamický systém $S_{FG}(P, T)$ v každom časovom momente T nachádza v nejakom celkovom priestorovo diferencovanom stave $Z_{FG}(P, T) = [Za_k(P, T)]_{k=1}^5$, kde $Za_k(P, T)$, $k = 1, 2, \dots, 5$ sú v tomto časovom momente T celkové stavy jednotlivých subsystémov $Sa_k(P, T)$

systému $S_{FG}(P, T)$. Celkový stav každého subsystému je pritom vždy tvorený množinou stavových veličín Z_i , takže $Za_k(P, T) = [Z_i(P, T)]_{i=1}^{n_k}$ pre každé $k = 1, 2, \dots, 5$.

Pod stavovými veličinami Z_i sa rozumejú (Krcho 1968, 1986, 1990) fyzikálne, fyzikálno-chemické, chemické a iné kvantitatívne veličiny, ktorých hodnoty sa pohybujú v intervaloch $\langle [Z_i(P, T)_D; Z_i(P, T)_H] \rangle$ v závislosti od polohy P a času T , kde $Z_i(P, T)_D$ je pre každé P dolná hodnota a $Z_i(P, T)_H$ horná hodnota príslušnej stavovej veličiny.

Pretože subsystémy $Sa_k(P, T)$ systému $S_{FG}(P, T)$ sú vzájomne prepojené väzbami, pre celkové stavy $Za_k(P, T)$ platí:

$$\bigcap_{k=1}^5 Za_k = \bigcap_{k=1}^5 [Z_{ki}(P, T)]_{i=1}^5 \neq \emptyset.$$

Pre celkový stav systému $S_{FG}(P, T)$ v zmysle (Krcho 1990) platí, že

$$Z_{FG}(P, T) = [Za_k(P, T)]_{k=1}^5 = \left[[Z_{ki}(P, T)]_{i=1}^5 \right]_{k=1}^{n_k}$$

Systém $S_{FG}(P, T)$ ako dynamický systém prechádza v priebehu času T postupnosťou stavov, a to od nejakého počiatočného celkového stavu $Z_{FG}(P, T_V)$ v čase T_V k výslednému celkovému stavu $Z_{FG}(P, T_C)$ v čase T_C .

Poznámka 3. Systém $S_{FG}(P, T)$ má svoju parametrickú bázu $P_{FG} = [Z_i]_{i=1}^n$ tvorenú usporiadanou množinou stavových veličín Z_i . Každý druh stavovej veličiny Z_i sa v nej vyskytuje iba raz. Parametrická báza P_{FG} tvorí tak „abstraktnú abecedu“ systému $S_{FG}(P, T)$, ktorej symbolmi sú jednotlivé stavové veličiny. Stavové veličiny $Z_i \in P_{FG}$ tvoria teda v P_{FG} usporiadanú množinu všetkých premenných veličín figurujúcich v systéme $S_{FG}(P, T)$. Tieto veličiny tvoria zložky vstupných a výstupných vektorov $v_i, \bar{w}_i$ jednotlivých prvkov a_i systému $S_{FG}(P, T)$ a jeho subsystémov $Sa_k(P, T)$. Vystupujú preto ako premenné veličiny jednak vo väzbových rovniciach $\bar{w}_j = [V_{ij}]v_i$ opisujúcich väzby medzi jednotlivými prvkami a_i, a_j systému $S_{FG}(P, T)$ a prvkami jeho subsystémov $Sa_k(P, T)$ a jednak vystupujú vo vzťahoch $\bar{w}_i = T_i(v_i)$ opisujúcich správanie sa jednotlivých prvkov systému $S_{FG}(P, T)$ a jeho subsystémov $Sa_k(P, T)$; $[V_{ij}]$ sú väzbové matice a T_i je operátor transformácie vstupného vektora v_i do výstupného vektora $\bar{w}_i$ prvku a_i (Krcho 1990). (**koniec poznámky 3.**)

Georeliéf ako dynamická plocha, uvažovaný ako dynamický subsystém $S_{RF}(P, T)$ systému $S_{FG}(P, T)$ bol podrobne definovaný (Krcho 1986, 1990) a bol vyjadrený v tvare usporiadanej dvojice $S_{RF}(P, T) = [G_{RF}(P, T), R_{RF}(\Delta P, T)]$, kde $G_{RF}(P, T)$ – množina prvkov charakterizujúcich georeliéf, ktorými sú dynamické morfometrické veličiny vyjadrené na základe množiny stavových veličín $Z_i \in P_{FG}$, $R_{RF}(\Delta P, T)$ – množina vzájomných relácií jednak medzi morfometrickými veličinami z $G_{RF}(P, T)$ a jednak medzi morfometrickými veličinami z množiny $G_{RF}(P, T)$ a ostatnými subsystémami $Sa_k(P, T)$ systému $S_{FG}(P, T)$.

Ako dynamická plocha je georeliéf nehmotnou veličinou, hmotný je iba nositeľ tejto formy, t. j. povrchová vrstva litosféry ako subsystém $Sa_3(P, T)$ a pedosféra ako subsystém $Sa_4(P, T)$. V prebiehajúcich procesoch ako forma závisí od vlastností svojho materiálneho nositeľa, t. j. od subsystému $Sa_3(P, T)$, $Sa_4(P, T)$. Tvorí teda pevné, ale dynamické rozhranie medzi povrchovými vrstvami litosféry a pedosféry na jednej strane a atmosféry či hydrosféry na druhej strane.

Zostručnená definícia georeliéfu ako osobitného subsystému $S_{RF}(P, T)$ systému $S_{FG}(P, T)$ teda znie: reliéf Zeme (georeliéf) je na určitej rozlišovacej úrovni pevné, ale pritom dynamické rozhranie medzi litosférou $Sa_3(P, T)$ resp. pedosférou $Sa_4(P, T)$ na jednej strane a atmosférou $Sa_1(P, T)$ resp. hydrosférou $Sa_2(P, T)$ na druhej strane, ktoré má z hľadiska jeho priestorového

priebehu uvažovaného vo zvolenej súradnicovej sústave $\langle O, \varphi, \lambda \rangle$ vlastnosti plochy a ktoré teda považujeme za plochu tvorenú množinou bodov $RF = \{A_i(\varphi_i, \lambda_i, h_i)\}_{i \in I}$ na množine normál $\{N_i\}_{i \in I}$ k referenčnej guľovej ploche v intervale $\langle H_D, H_H \rangle$. Úplná definícia georeliéfu ako subsystému S_{RF} je v práci (Krcho 1990).

V reálnom priestore FG-sféry je georeliéf charakterizovaný množinou výšok h v smere normál N k referenčnej ploche Zeme. Ako dynamická plocha (Krcho 1986, 1990) bol vzhľadom na reálny priestor FG-sféry vyjadrený systémom rovníc

$$\begin{aligned} h &= f_{RF}(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) \\ Z_1 &= \psi_1(Z_2, Z_3, \dots, Z_n) & Z_i &= g_i(\varphi, \lambda, h, T) \\ Z_2 &= \psi_2(Z_1, Z_3, \dots, Z_n) & i &= 1, 2, \dots, n \\ &\dots\dots\dots \\ Z_n &= \psi_n(Z_2, Z_3, \dots, Z_{n-1}), \\ &\text{kde stavové veličiny } Z_i \in \mathbf{P}_{FG} = [Z_i]_{i=1}^n. \end{aligned} \quad (1)$$

Po operácii zobrazenia systému rovníc $Z_i = g_i(\varphi, \lambda, h, T)$ z reálneho priestoru FG-sféry do abstraktného kartografického zobrazovacieho 3D priestoru, t. j. po zobrazení:

$$\begin{aligned} Z_i &= g_i(\varphi, \lambda, h, T) \rightarrow Z_i = g_i(x, y, z, T), \\ &\text{kde } x = f_1(\varphi, \lambda), y = f_2(\varphi, \lambda), z = f_3(h), \\ &\text{bol georeliéf vyjadrený sústavou rovníc:} \\ z &= f_{RF,E}(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) \\ Z_1 &= \psi_1(Z_2, Z_3, \dots, Z_n) & Z_i &= g_i(x, y, z, T) \\ Z_2 &= \psi_2(Z_1, Z_3, \dots, Z_n) & i &= 1, 2, \dots, n \\ &\dots\dots\dots \\ Z_n &= \psi_n(Z_2, Z_3, \dots, Z_{n-1}). \end{aligned} \quad (2)$$

Na vyjadrenie dynamických morfometrických veličín georeliéfu ako dynamickej plochy tvoriacich prvky množiny $G_{RF}(P, T)$ je potrebné vyjadriť diferenciály dz, d^2z výšok z zo sústavy rovníc (2).

Pre diferenciál dz výšky $z = f_{RF,E}(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$ v zobrazovacom priestore (Krcho 1990, 1993, 1995) výsledne platí:

$$dz = F_x dx + F_y dy + F_z dz + F_T dT, \quad (3)$$

kde:

$$\begin{aligned} F_x &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_{RF,E}}{\partial Z_i} \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial Z_j} \frac{\partial g_j}{\partial x}; & F_y &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_{RF,E}}{\partial Z_i} \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial Z_j} \frac{\partial g_j}{\partial y} \\ F_z &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_{RF,E}}{\partial Z_i} \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial Z_j} \frac{\partial g_j}{\partial z}; & F_T &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_{RF,E}}{\partial Z_i} \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial Z_j} \frac{\partial g_j}{\partial T} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, n & \text{pre } i &= 1 & j &= 2, 3, \dots, n \\ j &= 1, 2, \dots, n & \Rightarrow & i &= 2 & j &= 1, 3, \dots, n \\ & & & \dots & & \\ j &\neq i & & i &= n & j &= 1, 2, \dots, n-1 \end{aligned}$$

Druhý diferenciál d^2z vyjadrený zo vzťahu (3) má tvar:

$$\begin{aligned} d^2z &= F_{xx} dx^2 + F_{yy} dy^2 + F_{zz} dz^2 + F_{TT} dT^2 + \\ &+ 2 F_{xy} dx dy + 2 F_{xz} dx dz + 2 F_{xT} dx dT, \\ &+ 2 F_{yz} dy dz + 2 F_{yT} dy dT + 2 F_{zT} dz dT \end{aligned} \quad (5)$$

Parciálne derivácie $F_x, F_y, F_z, F_T, F_{xx}, F_{yy}, F_{zz}, F_{TT}, F_{xy}, F_{xz}, F_{xT}, F_{yz}, F_{yT}, F_{zT}$ sú dynamickými veličinami. V zobrazovacom priestore sú v nich obsiahnuté závislosti stavových veličín Z_i navzájom, závislosť stavových veličín na horizontálnej polohe x, y , na výške z ako aj na čase T (Krcho 1995). Vyjadrujú zároveň geometrickú štruktúru dynamickej plochy georeliéfu v závislosti od prebiehajúcich procesov a ich genézy.

Subsystém S_{RF} študujeme na určitej rozlišovacej úrovni U_i a vo zvolenej mierke $1:M_i$, pričom je funkčný vzťah medzi rozlišovacou úrovňou U_i a danou mierkou (Krcho 1979). Zmeny georeliéfu, ktoré sú v danej mierke $1:M_i$ pod jej rozlišovaciu úroveň U_i , nie sú preto v tejto mierke vyjadriteľné. Z toho plynie, že mierka $1:M_i$ má z hľadiska jej rozlišovacej úrovne U_i určitú dobu platnosti v čase ΔT_i . Pre vhodne zvolený časový interval ΔT_i zodpovedajúci zvolenej mierke $1:M_i$ a jej rozlišovacej úrovni U_i môžeme preto vplyv procesov v systéme $S_{FG}(P, T)$ na zmeny hodnoty jednotlivých morfometrických parametrov, ktoré sú pod jej rozlišovacou úrovňou U_i v globále zanedbať a uvažovať iba vplyv georeliéfu na jednotlivé prvky systému $S_{FG}(P, T)$. To znamená, že georeliéf môžeme na dĺžku tohto časového intervalu ΔT_i matematicky vyjadriť bez parametra času T .

Ak teda pre zjednodušenie predpokladáme závislosť stavových veličín Z_i iba na horizontálnej polohe x, y ($x = f_1(\varphi, \lambda)$, $y = f_2(\varphi, \lambda)$) a vo zvolenej mierke $1:M_i$ vzhľadom na jej rozlišovaciu úroveň U_i položíme na určitú dobu $T = \text{const}$, potom v sústave rovníc $Z_i = g_i(\varphi, \lambda, z, T)$ v (2) pre z a T platí, že $z = \text{const}$, $T = \text{const}$. V takom prípade vzťahy (3) a (5) budú mať tvar

$$\begin{aligned} dz &= F_x dx + F_y dy \\ d^2z &= F_{xx} dx^2 + 2 F_{xy} dx dy + F_{yy} dy^2, \end{aligned} \quad (6)$$

pričom parciálne derivácie $F_x, F_y, F_{xx}, F_{xy}, F_{yy}$ sú už iba funkciou polohy x, y , ale nie času T . Stavové veličiny Z_i obsiahnuté v parciálnych deriváciách $F_x, F_y, F_{xx}, F_{xy}, F_{yy}$ vo vzťahoch (6) sú tak pre $T = \text{const}$ akoby „zamrznuté“. Diferenciály dz, d^2z a parciálne derivácie $F_x, F_y, F_{xx}, F_{xy}, F_{yy}$ sú v takomto prípade statickými veličinami.

Nahradíme vo vzťahoch (6) takto uvažované parciálne derivácie $F_x, F_y, F_{xx}, F_{xy}, F_{yy}$ parciálnymi deriváciami:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= z_x, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = z_y, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = z_{xx}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = z_{xy}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = z_{yy}, \\ \text{funkcie dvoch premenných } x, y &\text{ vyjadrenej vo všeobecnom tvare:} \\ z &= f(x, y), \text{ resp. } z = z(x, y), \end{aligned} \quad (7)$$

pre ktoré, čo ich do veľkosti a priestorového rozloženia, nech platí:

$$z_x \equiv F_x, \quad z_y \equiv F_y, \quad z_{xx} \equiv F_{xx}, \quad z_{xy} \equiv F_{xy}, \quad z_{yy} \equiv F_{yy}. \quad (8)$$

Potom vzťahy (6) budú mať tvar:

$$\begin{aligned} dz &= z_x dx + z_y dy \\ d^2z &= z_{xx} dx^2 + 2 z_{xy} dx dy + z_{yy} dy^2 \end{aligned} \quad (9)$$

a funkcia (7) za predpokladu platnosti (8) presne opisuje tú istú statickú plochu ako sústava rovníc (2) pre $z = \text{const}$, $T = \text{const}$. Tieto parciálne derivácie (8) však už neobsahujú žiadnu informáciu o stavových veličinách $Z_i \in \mathbf{P}_{FG}$. Vzhľadom na (8) vyjadrujú však vo zvolenej mierke $1:M_i$ na jej rozlišovacej úrovni U_i presne geometrickú štruktúru plochy statického georeliéfu.

Stavové veličiny subsystému S_{RF} a geometrická štruktúra georeliéfu

Geometrická štruktúra predstavuje geometrické vlastnosti georeliéfu a je vyjadrená množinou morfometrických parametrov $\mathbf{G}_{RF}$, medzi ktorými existuje množina závislostí. Každý morfometrický parameter je síce samostatným a jednoznačným kvantitatívnym ukazovateľom georeliéfu, avšak ako taký nie je nezávislý, ale je s ostatnými morfometrickými parametrami prepojený (napr. z matematického hľadiska prostredníctvom parciálnych derivácií prvého a druhého rádu) množinou rôznych závislostí (Krcho 1990).

Množina morfometrických parametrov G_{RF} (Krcho 1990, 1999) je určená prvkami:

$$G_{RF} = \{z, \Delta z, s_n, \gamma_N, A_N, \omega, (K_N)_t, K_r, N_n F, K_r F, F, \dots\}$$

kde:

z – nadmorská výška georeliéfu, ktorá je funkciou polohy x, y ,

Δz – relatívna výška v smere spádových kriviek,

s_n – dĺžka spádových kriviek,

γ_N – sklon reliéfu v smere spádovej krivky,

A_N – orientácia georeliéfu voči svetovým stranám

$$\gamma_N = \arctg(|gradz|) = \arctg\left(\sqrt{z_x^2 + z_y^2}\right), \quad A_N = \arctg(z_y/z_x),$$

ω – normálová krivosť georeliéfu v smere spádovej krivky vyjadrená rovnicou

$$\omega = -\frac{z_{xx}z_x^2 + 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_y^2}{(z_x^2 + z_y^2)\sqrt{(1 + z_x^2 + z_y^2)^3}},$$

$(K_N)_t$ – normálová krivosť georeliéfu v smere dotyčníc k vrstevniciam vyjadrená rovnicou

$$(K_N)_t = -\frac{z_{xx}z_y^2 - 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_x^2}{(z_x^2 + z_y^2)\sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1}},$$

K_r – horizontálna krivosť georeliéfu vyjadrená rovnicou

$$K_r = -\frac{z_{xx}z_y^2 - 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_x^2}{\sqrt{(z_x^2 + z_y^2)^3}},$$

pričom medzi $(K_N)_t$ a K_r platí, že $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$, kde

$$\sin \gamma_N = \frac{\sqrt{z_x^2 + z_y^2}}{\sqrt{(z_x^2 + z_y^2 + 1)}}.$$

Ďalej sú to:

$N_n F$ – normálové formy georeliéfu sú definované normálovou krivosťou ω v smere spádových kriviek, ktoré sa podľa znamienka $\pm \omega$ vnútorne členia na $N_n F_X$ ($\omega > 0$) – konvexné normálové formy a na $N_n F_K$ ($\omega < 0$) – konkávne normálové formy; navzájom sú od seba oddelené izočiarou $\omega = 0$ určenou rovnicou

$$z_{xx}z_x^2 + 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_y^2 = 0.$$

$N_n F_X$ ($\omega > 0$) vzhľadom na $(\partial/\partial n)(|gradz|) > 0$ povrchový odtokový režim urýchľujú, zatiaľ čo $N_n F_K$ ($\omega < 0$) vzhľadom na $(\partial/\partial n)(|gradz|) < 0$ povrchový odtokový režim spomaľujú.

$N_t F$ – normálové formy georeliéfu definované normálovou krivosťou $(K_N)_t$ v smere dotyčníc k vrstevniciam, ktoré sa podľa znamienka $\pm (K_N)_t$ vnútorne členia na $N_t F_X$ [$(K_N)_t > 0$] – konvexné normálové formy v smere dotyčníc k vrstevniciam a na $N_t F_K$ [$(K_N)_t < 0$] – konkávne normálové formy v smere dotyčníc k vrstevniciam. Normálové formy $N_t F_X$ [$(K_N)_t > 0$] sú od normálových foriem navzájom oddelené izočiarou nulovej normálovej krivosti $(K_N)_t = 0$.

$K_r F$ – horizontálne formy georeliéfu definované horizontálnou krivosťou K_r , ktoré sa podľa znamienka $\pm K_r$ vnútorne členia na $K_r F_X$ ($K_r > 0$) – konvexné horizontálne formy a $K_r F_K$ ($K_r < 0$) – konkávne horizontálne formy. Navzájom sú od seba oddelené izočiarou $K_r = 0$. Z rovníc pre normálovú krivosť v smere dotyčníc k vrstevniciam $(K_N)_t$ a pre horizontálnu krivosť K_r vyplýva, že

izočiara nulovej normálovej krivosti $(K_N)_t = 0$ je identická s izočiaraou nulovej horizontálnej krivosti $K_r = 0$. Obe sú určené spoločnou rovnicou

$$z_{xx}z_y^2 + 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_x^2 = 0.$$

Pretože v $K_r F_X$ ($K_r > 0$) vektory *grad* z divergujú, horizontálne formy $K_r F_X$ povrchový odtokový režim rozptyľujú. Naopak, pretože v $K_r F_K$ ($K_r < 0$) vektory *grad* z konvergujú, horizontálne formy $K_r F_K$ povrchový odtokový režim sústreďujú.

Preto sú $N_t F$ ($N_t F_X$, $N_t F_K$) – normálové formy v smere dotyčníc k vrstevniciam priestorovo identické s horizontálnymi formami $K_r F - (K_r F_X, K_r F_K)$. Pre všetky body $A_i(x_i, y_i, z_i)$ vo vnútri týchto foriem, v ktorých hodnota sklonu v smere spádových kriviek $\gamma_N \neq 0$, však vzťahom na vzťah $(K_N)_t = K_r \sin \gamma_N$ platí, že $(K_N)_t \neq K_r$.

Vzhľadom na to, že vektorové pole *grad* $z = z_x \vec{i} + z_y \vec{j}$ leží v rovine (x, y) tvoriacej v karteziánskej súradnicovej sústave $\langle O, x, y, z \rangle$ skalárnu bázu skalárneho poľa výšok, v ktorej sa nachádza vrstevnicové pole, ktorého krivosť je vyjadrená horizontálnou krivosťou K_r , kvantitatívnu charakteristiku celkových foriem F ďalej vyjadríme krivosťami ω , K_r .

Celkové geometrické formy georeliéfu $F = (F_{XX}, F_{KX}, F_{KK}, F_{XK})$ majú nasledujúci význam:

F_{XX} ($\omega > 0$, $K_r > 0$) – konvexno-konvexné formy povrchový odtokový režim urýchľujú a zároveň rozptyľujú,

F_{KX} ($\omega < 0$, $K_r > 0$) – konkávno-konvexné formy povrchový odtokový režim spomaľujú a zároveň rozptyľujú,

F_{KK} ($\omega < 0$, $K_r < 0$) – konkávno-konkávne formy povrchový odtokový režim spomaľujú a zároveň sústreďujú,

F_{XK} ($\omega > 0$, $K_r < 0$) – konvexno-konvexné formy povrchový odtokový režim urýchľujú a zároveň sústreďujú (Krcho 1986, 1990, Krcho a Rehák 1999, Jenčo a Rehák 1990).

Širšie vlastnosti celkových geometrických foriem georeliéfu v okolí jeho ľubovoľného bodu $A_i(x_i, y_i, z_i)$ – geometrická štruktúra a Dupinova indikatrix

Širšie vlastnosti celkových foriem $F(F_{XX}, F_{KX}, F_{KK}, F_{XK})$ je potrebné študovať v infinitezimálnom okolí ľubovoľného bodu $A_i \in F$. Vyplýva to z vlastností funkcie (7) spĺňajúcej požadovanú podmienku (8) a existenciu (9). Funkcia (7) je tak rozvinuteľná do Taylorovho radu takže vlastnosti plochy georeliéfu možno študovať v infinitezimálnom okolí daného bodu $A_i(x_i, y_i, z_i)$. Daný bod A_i tvorí pritom stred svojho okolia, ktoré má dve zložky:

– lineárnu, tvoriacu lineárne okolie bodu $A_i(x_i, y_i, z_i)$,

– kvadratickú, tvoriacu kvadratické okolie bodu $A_i(x_i, y_i, z_i)$ (Šalamon 1963, Krcho 1973, 1986, 1990, 1993, 2001). Určené sú rovnicami:

$$dz = z_x dx + z_y dy \quad (10a)$$

$$Dz = dz + \frac{1}{2} d^2 z = z_x dx + z_y dy + \frac{1}{2} z_{xx} dx^2 + z_{xy} dx dy + \frac{1}{2} z_{yy} dy^2. \quad (10b)$$

Rovnica (10a) je prvým diferenciálom funkcie (7) a rovnica (10b) je určená prvými dvomi členmi Taylorovho rozvoja. V rovniciach (10a), (10b) sú parciálne derivácie $z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}$ v danom bode $A_i(x_i, y_i, z_i)$ vždy konštantami a dx, dy, dz, D_z sú premennými veličinami. Lineárnou rovnicou (10a) je určené lineárne okolie bodu $A_i(x_i, y_i, z_i)$ a kvadratickou rovnicou (10b) je určené kvadratické okolie bodu $A_i(x_i, y_i, z_i)$.

Lineárna rovnica (10a) vyjadruje v dotykovvej rovine ku georeliéfu v bode $A_i(x_i, y_i, z_i)$ určenej rovnicou

$$Z - z_i = (Z_x)_i(X - x_i) + (Z_y)_i(Y - y_i) \quad (11)$$

pre všetky jej X, Y, Z , pre ktoré $X - x_i \rightarrow dx, Y - y_i \rightarrow dy, Z - z_i \rightarrow dz$, lineárne okolie bodu A_i . Kvadratická rovnica (10b) je diferenciálom k oskulačnému paraboloidu. Vyjadruje v danom bode $A_i(x_i, y_i, z_i)$ oskulačný paraboloid, ktorého vrcholová časť je v infinitezimálnom okolí bodu $A_i(x_i, y_i, z_i)$ totožná s plochou georeliéfu (podrobne pozri Krcho 1986, 1990, 2001).

Ak v (10a, b) na miesto diferenciálnych premenných dx, dy, dz, D_z uvažujeme o malých, ale konečne veľkých premenných $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, nadobudnú tvar

$$\Delta z = z_x \Delta x + z_y \Delta y \quad (12a)$$

$$D_{\Delta z} = z_{xx} \Delta x + \frac{1}{2} z_y \Delta y + (z_{xx} \Delta x^2 + z_{xy} \Delta x \Delta y + z_{yy} \Delta y^2), \quad (12b)$$

ktorý vyjadruje malé, ale konečne veľké okolie ľubovoľného bodu $A_i(x_i, y_i, z_i)$ plochy georeliéfu. V ňom už možno aj prakticky študovať a tak isto pomocou KDMG modelovať širšie vlastnosti celkových foriem F georeliéfu (Krcho 2001).

V celkových formách $F_{XX}, F_{KK} \in F$ pre každý ich bod $A_i(x_i, y_i, z_i)$ platí, že diskriminant druhej Gaussovej diferenciálnej formy

$$D_2 = \frac{z_{xx}z_{yy} - z_{xy}^2}{z_x^2 + z_y^2 + 1} > 0, \quad (13)$$

v dôsledku čoho oskulačný paraboloid má v bode $A_i(x_i, y_i, z_i) \in (F_{XX}, F_{KK})$ tvar eliptického paraboloidu. Preto normálové krivosti georeliéfu $(K_N)_m$ určené v každom bode $A_i(x_i, y_i, z_i)$ rovnicou v parametrickom tvare

$$(K_N)_m = \frac{1}{K} \frac{A + Bm + Cm^2}{D + Em + Fm^2}, \quad (14)$$

kde $A = z_{xx}, B = 2z_{xy}, C = z_{yy}, D = 1 + z_x^2, E = 2z_x z_y, F = 1 + z_y^2$ a $m = \tan \alpha$ je premenný parameter definovaný v intervaloch $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ), (90^\circ, 180^\circ), (180^\circ, 270^\circ), (270^\circ, 360^\circ)$, majú pre všetky hodnoty $m = \tan \alpha$ a teda aj pre hodnoty $m = n = K_n = \tan \alpha_n = (z_y/z_x), m = t = K_t = \tan \alpha_t = (-z_x/z_y)$ rovnaké znamienka.

Pritom pre všetky body $A_i(x_i, y_i, z_i) \in F_{XX}$ platí, že $(K_N)_m > 0$ a teda aj $(K_N)_m = (K_N)_n \equiv \omega > 0$ ako aj $(K_N)_t = K_r \sin \gamma_N > 0$, takže $F_{XX} (\omega > 0, K_r > 0)$. Pre všetky body $A_i(x_i, y_i, z_i) \in F_{KK}$ naopak platí, že $(K_N)_m < 0$ a teda aj $(K_N)_m = (K_N)_n \equiv \omega < 0$, ako aj $(K_N)_t = K_r \sin \gamma_N < 0$, takže $F_{KK} (\omega < 0, K_r < 0)$.

Dupinova indikatrix vyjadrená v rovine (x, y) parametrickými rovnicami

$$x = \sqrt{(R_N)_m} \cos \alpha, y = \sqrt{(R_N)_m} \sin \alpha \quad (15)$$

$$\text{kde } (R_N)_m = \frac{K(D + Em + Fm^2)}{A + Bm + Cm^2}, m = \tan \alpha$$

má vzhľadom na to vo všetkých bodoch $A_i(x_i, y_i, z_i) \in (F_{XX}, F_{KK})$ tvar elipsy. Tieto body sa preto volajú eliptické body. V dôsledku toho sú všetky formy $F_{XX} (\omega > 0, K_r > 0), F_{KK} (\omega < 0, K_r < 0)$ tvorené eliptickými bodmi (Krcho 1986, 1990, 1993, 2001).

V celkových formách $(F_{KX}, F_{XK}) \in F$ pre diskriminant D_2 (13) v každom ich bode $A_i(x_i, y_i, z_i)$ platí, že $D_2 < 0$. Oskulačný paraboloid má preto vo všetkých bodoch $A_i(x_i, y_i, z_i) \in (F_{KX}, F_{XK})$ tvar hyperbolického paraboloidu. Normálové krivosti (14) menia so zmenou parametra $m = \operatorname{tg} \alpha$ znamienka tak, že pre určité hodnoty $m = \operatorname{tg} \alpha$ nadobúdajú hodnoty $(K_N)_m > 0$ a pre určité hodnoty $m = \operatorname{tg} \alpha$ nadobúdajú hodnoty $(K_N)_m < 0$. Preto aj pre F_{KX} a F_{XK} platí, že F_{KX} ($\omega < 0$, $K_r > 0$) a F_{XK} ($\omega > 0$, $K_r < 0$).

Dupinova indikatrix (15) má preto v bodoch $A_i(x_i, y_i, z_i) \in (F_{KX}, F_{XK})$ tvar dvojného súboru hyperbol s asymptotami určenými v rovine (x, y) rovnicami

$$y = \left(\frac{-z_{xx} + \sqrt{z_{xy}^2 - z_{xx}z_{yy}}}{z_{xy}} \right) x, \quad y = \left(\frac{-z_{xx} - \sqrt{z_{xy}^2 - z_{xx}z_{yy}}}{z_{xy}} \right) x \quad (16)$$

Normálová krivosť ω v smere spádových kriviek ani horizontálna krivosť K_r nie sú však pritom totožné s hlavnými normálovými krivosťami vyjadrenými rovnicami

$$(K_N)_{E, 1, 2} = \frac{1}{K} \frac{AH^2 + BHG_{1,2} + CG_{1,2}^2}{DH^2 + EHG_{1,2} + FG_{1,2}^2}, \quad (17)$$

$$\text{kde } K = \sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1}, \quad H = (CE - BF), \quad G_{1,2} = -(CD - AF) \pm \sqrt{(CD - AF)^2 - H(BD - AE)}$$

ležiacimi v osiach Dupinovej indikatrix (Krcho 1986, 1990, 2001). Hlavné normálové krivosti $(K_N)_{E, 1, 2}$ zvierajú s normálovými krivosťami ω a $(K_N)_t$ uhol, ktorý sa na ploche georeliéfu z miesta na miesto mení.

Poznamenajme, že vo zvláštnych prípadoch má Dupinova indikatrix tvar dvojného súboru hyperbol aj v niektorých bodoch $A_i(x_i, y_i, z_i) \in (F_{XX}, F_{KK})$ a to vtedy keď ω , K_r súčasne zapadnú do jedného zo sektorov vymedzených asymptotami (16) (Krcho 2001).

Priestorové rozloženie Dupinových indikatrix vo vzťahu ku geometrickým formám je vyjadrená na obr. 1 V nich sú zároveň vyjadrené aj smery hlavných normálových krivostí $(K_N)_{E, 1, 2}$ a krivosti ω , K_r . Na obr. 2 je vo vybranom bode A_1 ležiacom v F_{XX} ($\omega > 0$, $K_r > 0$) detailne vyjadrená Dupinova indikatrix tvaru elipsy a na obr. 3 je vo vybranom bode A_2 ležiacom v F_{XK} ($\omega > 0$, $K_r < 0$) vyjadrená Dupinova indikatrix tvaru dvojného súboru hyperbol. Osobitný prípad Dupinovej indikatrix, kedy vo vybranom bode A_3 ležiacom v celkových formách F_{XX} ($\omega > 0$, $K_r > 0$) má Dupinova indikatrix tvar hyperboly, je vyjadrený na obr. 4. Na obr. 5 je vyjadrený prípad, keď vo vybranom bode A_4 ležiacom v celkových formách F_{KK} ($\omega < 0$, $K_r < 0$) má Dupinova indikatrix tvar hyperboly. V posledných dvoch prípadoch obe dotyčnice n , t , v ktorých ležia krivosti ω , $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$ zapadajú do jedného sektora Dupinovej indikatrix vymedzeného jej asymptotami (16). Pritom v bode A_3 na obr. 4 zapadajú do sektora, v ktorom $\omega > 0$, $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N > 0$ a v bode A_4 na obr. 5 zapadajú do sektora, v ktorom $\omega < 0$, $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N < 0$ (podrobne pozri Krcho 2001). V textoch pod obrázkami pre úsporu miesta Dupinovu indikatrix vyjadrujeme skratkou DI.

Vzájomný vzťah geometrických a genetických foriem georeliéfu a niektoré problémy ich kartografického vyjadrenia

Georeliéf pozostáva z povrchových tvarov zemskej kôry, ktoré majú svoju genézu. Tieto genetické tvary sú výsledkom reliéfových procesov, pričom majú zároveň svoju geometriu. Geometria vyjadrená formami $N_n F$, $K_r F$ a F na základe veličín ω a K_r , je z dlhodobého hľadiska na jednej strane výsledkom procesov vytvárajúcich reliéf, na druhej strane spätne vplýva na priestorový priebeh procesov na georeliéfe, a tým aj na geometriu genetických foriem. Na základe tohto

vidno, že medzi genetickými a geometrickými formami georeliéfu existuje tesná väzba, ktorá sa prejavuje na všetkých úrovniach.

Tieto genetické tvary georeliéfu, tým, majú svoju geometriu kvantitatívne vyjadrenú množinou morfometrických parametrov georeliéfu, ktoré majú súčasne matematický a fyzikálny význam. Na základe toho môžeme prostredníctvom morfometrických parametrov georeliéfu opísať geometrické aj genetické formy georeliéfu. Vzájomný vzťah genetických foriem, geometrických foriem a geomorfologických procesov je obsiahnutý už v samotnej definícii georeliéfu. Vzhľadom na dobrú genetickú interpretovateľnosť elementárnych foriem georeliéfu v detailnej analýze sa narába s elementárnymi formami georeliéfu, ktoré boli definované J. Minárom (1996, 1998).

Preto porovnávame geometrickú štruktúru s elementárnymi formami georeliéfu. Elementárne formy georeliéfu teda implicitne nestotožňujeme s genetickými formami, pretože sú jednoznačne geometricky definované, pričom sú zároveň dobre geneticky interpretovateľné.

Na základe predtým uvedených podmienok ($T = \text{const}$) sme na modelovom území modelovali geometrickú štruktúru georeliéfu bez parametra času T . Z nameraného vstupného pravidelného diskrétného bodového poľa nadmorských výšok (100 m x 100 m) sme modelovali priebeh jeho vrstevnicového poľa. Jeho presnosť závisí od vlastností vstupného diskrétného bodového poľa, ako aj od použitej interpolačnej funkcie. Priebeh modelovaných vrstevníc bol súčasne porovnaný s priebehom vektorizovaných vrstevníc topografickej mapy mierky 1: 10 000, ktorú sme zobrali za etalón (obr. 6). Rozdiely v priebehu vrstevníc majú vplyv na rozdiely v priebehu hraníc elementárnych foriem georeliéfu. Na obr. 7 sú porovnané elementárne formy georeliéfu, ktoré boli vyhraničené z topografickej mapy na základe terénneho výskumu s elementárnymi formami vyhraničenými z vrstevníc modelovaných zo 100 m siete. Na obr. 8-11 sú kartograficky vyjadrené kombinácie týchto elementárnych foriem a vrstevníc. Odchýlky v hraniciach, ako aj rôzne vyčlenenie foriem v niektorých prípadoch je spôsobené pozmeneným priebehom vrstevníc modelovaných zo 100m siete. Na obr. 12-15 sú postupne znázornené vybrané morfometrické parametre (sklon, normálová krivosť georeliéfu v smere spádovej krivky, horizontálna krivosť georeliéfu, ako aj celkové geometrické formy) vypočítané zo vstupného pravidelného diskrétného bodového poľa. Do nich sú vložené vrstevnice ako aj elementárne formy georeliéfu zo 100 m siete. Na obrázkoch môžeme vidieť vplyv týchto parametrov ako hranicotvorných vzhľadom na elementárne formy georeliéfu.

Záver

Kartografické modelovanie georeliéfu a jeho geometrickej štruktúry bez parametra času T je vo zvolenej mierke $1:M_i$ a jej rozlišovacej úrovni U_i základom pre interdisciplinárne aplikácie modelovaných geometrických vlastností georeliéfu. Jednou z týchto interdisciplinárnych aplikácií sú aj dôležité aplikácie geometrickej štruktúry georeliéfu v geomorfológii. Geometrická štruktúra georeliéfu charakterizovaná množinou morfometrických parametrov v každom jeho bode je preto dôležitým podkladom pri vyhraničovaní tak genetických, ako aj elementárnych foriem georeliéfu. Dôležitosť modelovanej širšej geometrickej štruktúry georeliéfu je z tohto hľadiska vyjadrená na obr. 1–15.

Literatúra

- ARMAND, A. D. (1966). Prirodnye komplekxy kak samoreguliruemyye sistemy. *Izvestija AN SSSR, ser. geografičeskaja* 2, Moskva, pp. 85-94.
- ARMAND, D. L. (1975). *Nauka o landšafte*. Moskva (Izdatel'stvo MYSL).
- BENOVÁ, A., MORAVČÍK, J. (1999). Vlastnosti interpolačných metód použitých na modelovanie georeliéfu a ich vplyv na výpočet morfometrických parametrov. *Kartografické listy*, 7, 95-108.
- DEMEK, J. (1974). Systémová teorie a studium krajiny. *Studia geographica*, 40, Brno (Geografický ústav ČSAV).

- HASSE, G. (1980). Izučenie topičeskich i choričeskich struktur, ich dinamiki i razvitia v landšaftnych sistemach. In: *Struktura, dinamika i rozvitjie landšaftov*. Moskva (Institut geografii AN SSSR).
- CHORLEY, R. J., KENNEDY, B. A. (1971). *Physical Geography. A Systems Approach*. London (Prentice Hall International Inc.).
- KRCHO, J. (1968). Prírodná časť geosféry ako kybernetický systém a jeho vyjadrenie v mape. *Geografický časopis*, 20, 2, 115-139.
- KRCHO, J. (1974). Štruktúra a priestorová diferenciácia fyzickogeografickej sféry ako kybernetického systému. *Geografický časopis*, 26, 2, 133-162.
- KRCHO, J. (1979). Reliéf ako priestorový subsystém S_{RF} geografickej krajiny a jeho komplexný digitálny model (KDMT). *Geografický časopis*, 31, 3, 237-262.
- KRCHO, J. (1986). Geometrické formy georeliéfu a ich hierarchické úrovne. *Geografický časopis*, 38, 2-3, 210-235.
- KRCHO, J. (1990). *Morfometrická analýza a digitálne modely georeliéfu*. Bratislava (VEDA).
- KRCHO, J. (1993). Georelief and its cartographic modelling by complex digital model (CDM) from geographical information system (GIS) point of view. *Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comenianae, Geographica*, 33, 3-131.
- KRCHO, J. (1995). Landscape as a spatially organized system and the georelief as a subsystem of landscape – the influence of georelief on spatial differentiation of landscape processes. In: *Gabčíkovo part of the hydroelectric power project environmental impact review*, Bratislava, pp. 323-351.
- KRCHO, J. (1999). Modelling of georelief using DTM – The influence of point configuration of input points field on positional and numeric accuracy. *Geografický časopis*, 51, 3, 225-260.
- KRCHO, J. (2001). *Modelling of georelief and its geometrical structure using DTM: positional and numerical accuracy*. Bratislava (Q 111 Publishers).
- KRCHO, J., REHÁK, Š. (1999). Spatial and structural aspects of agricultural landscape. In *Vedecké práce Vysokého ústavu závlahového hospodárstva*, 24, Bratislava, 109-136.
- MINÁR, J. (1995). Niektoré teoreticko-metodologické problémy geomorfológie vo väzbe na tvorbu komplexných geomorfologických máp. *Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comenianae, Geographica*, 36, 7-125.
- MINÁR, J. (1998). *Georeliéf a geoekologické mapovanie vo veľkých mierkach*. Habilitačná práca. Bratislava (Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského).
- REHÁK, Š., JENČO, M. (1990). Vplyv morfometrických parametrov na diferenciáciu pôdneho krytu a formovanie vodného režimu pôd. *Geografický časopis*, 42, 3, 280-298.
- RICHTER, H. (1968). Beitrag zum Modell des Geokomplexes. In: Barthel, H., *Landschaftsforschung*. Gotha-Leipzig (VEB Hermann Haack, pp. 39-48).
- SOČAVA, V. B. (1978). *Vvedenije v učenie o geosistemach*. Moskva, Nauka, 318 pp.
- ŠALAMON, B. (1963). Das typische Isoliniengrundfeld und seine Anwendung. *Studia geophysica et geodetica*, 7.

S u m m a r y

Geometrical Structure of Georelief and its Cartographic Expression in Relation to Elementary Landforms

Cartographic modelling of georelief and its geometrical structure without time parameter T is in the selected scale $1:M$; and its distinctive level U ; the base for interdisciplinary applications modelled geometrical characteristics of georelief. One of these interdisciplinary applications is also an important application of geometrical structure of georelief in geomorphology. Geometrical structure of georelief characterized by the morphometric quantities set in every point is therefore important base for earmarking as genetic forms of georelief as elementary landforms. The importance of modelled geometrical structure of georelief in the broad sense of the word is from this viewpoint expressed in fig. 1-15.

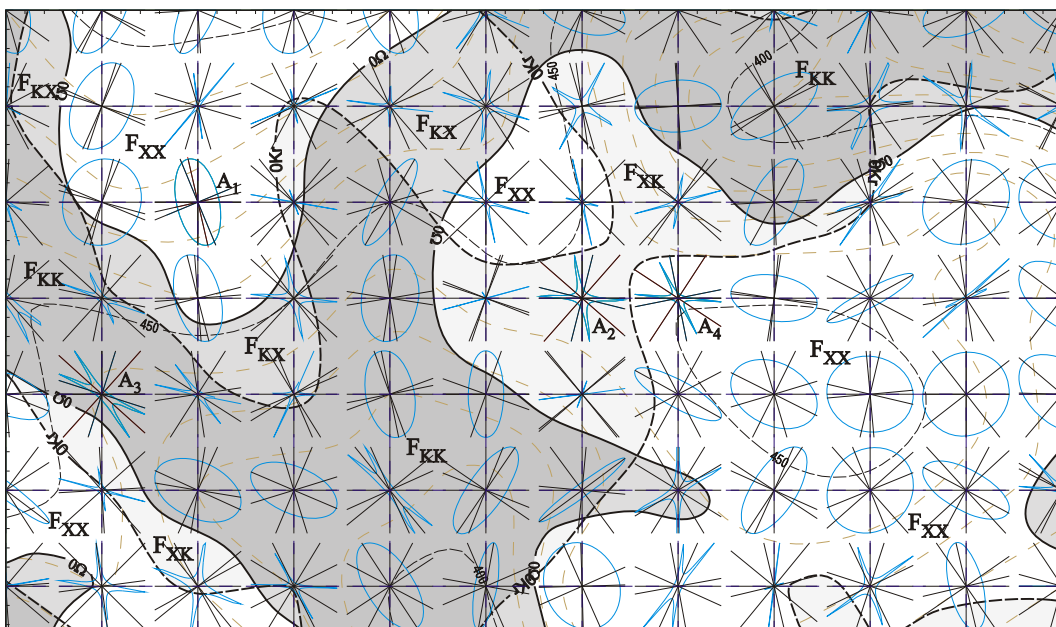
Fig. 1 Spatial distribution of forms and directions of Dupin indicatrix in relation to individual total geometric forms of georelief $F(F_{XX}, F_{KK}, F_{KK}, F_{KK})$. Equally are expressed axes of Dupin indicatrix, in which lie

- the main normal curvatures $(K_N)_{E, 1, 2}$ of Dupin indicatrix, as well as the tangent n to the slope curves and the tangent t to the contour lines, in which lie normal curvatures ω , $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$.
- Fig. 2 Dupin indicatrix in the selected point $A_1(x_1, y_1, z_1)$, which is lying in total form $F_{XX}(\omega > 0, K_r > 0)$. Dupin indicatrix has in it the form of ellipse, the point A_1 is elliptic point. The direction of main curvatures $(K_N)_{E, 1, 2}$ of Dupin indicatrix lying in its axes is different from the directions of normal curvatures ω , $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$, which are lying in n, t .
- Fig. 3 Dupin indicatrix in the selected point $A_2(x_2, y_2, z_2)$, which is lying in total form $F_{XX}(\omega > 0, K_r < 0)$. Dupin indicatrix has in it the form of double set of hyperbolas. The direction of main normal curvatures $(K_N)_{E, 1, 2}$ lying in axes of Dupin indicatrix is different from the directions of normal curvatures ω , $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$, which are lying in n, t . ω , which lie in n includes into one sector of Dupin indicatrix, meanwhile $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$ includes into other sector of Dupin indicatrix.
- Fig. 4 Distinctive case of Dupin indicatrix, when Dupin indicatrix has in elliptic point of forms F_{XX} the form of hyperbola. The main curvatures $(K_N)_{E, 1, 2}$ lies in the axes of Dupin indicatrix. Both tangent, n, t , in which lie ω , $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$ nonetheless include simultaneously into one sector of Dupin indicatrix made by the asymptotes of Dupin indicatrix.
- Fig. 5 Distinctive case of Dupin indicatrix, when Dupin indicatrix has in elliptic point of forms F_{KK} the form of hyperbola. The main curvatures $(K_N)_{E, 1, 2}$ lies in the axes of Dupin indicatrix. Both tangent, n, t , in which lie ω , $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$ nonetheless include simultaneously into one sector of Dupin indicatrix made by the asymptotes of Dupin indicatrix.
- Fig. 6 Comparison of digitized contours (full line) with contours calculated from 100mx100m square grid (dashed line).
- Fig. 7 Comparison elementary landforms earmarked by field research (dashed line) with elementary landforms earmarked from contours of 100m grid (full line).
- Fig. 8 Elementary landforms earmarked by field research and digitized contours from map (scale 1: 10 000) (mutual course).
- Fig. 9 Elementary landforms earmarked from contours of 100m grid and digitized contours (mutual comparison of course).
- Fig. 10 Course of elementary landforms earmarked by field research considering the course of contours of 100m grid.
- Fig. 11 Elementary landforms earmarked from the course of contours of 100m grid and the course of contours of 100m grid (mutual comparison).
- Fig. 12 Course of isolines of georelief slope in the direction of the slope curves, isolines $\omega = 0$ and elementary landforms earmarked from 100m grid.
- Fig. 13 Normal forms $N_n F$ of georelief in the direction of orthogonal trajectories (concave normal forms $N_n F_K$ $\omega < 0$ – raster filled) and elementary landforms earmarked from 100m grid.
- Fig. 14 Horizontal forms $K_r F$ of georelief (concave horizontal forms $K_r F_K$ $K_r < 0$ – raster filled) and elementary landforms earmarked from 100m grid.
- Fig. 15 Total geometric forms of georelief F and elementary landforms earmarked from 100m grid.

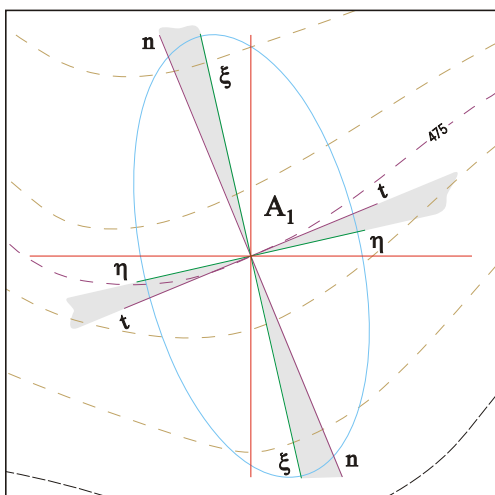
Lektorovala

RNDr. Margita VAJSÁBLOVÁ, PhD.,

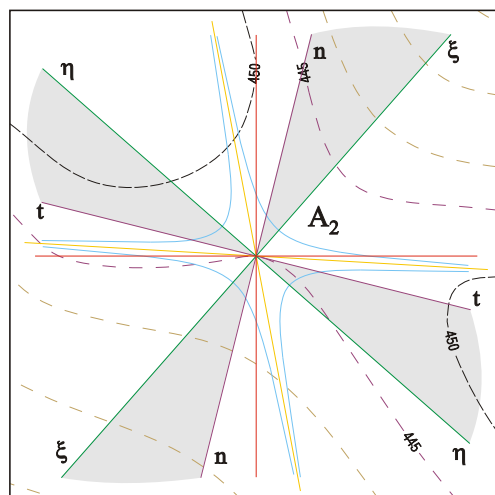
Stavebná fakulta Slovenskej technickej univerzity, Bratislava



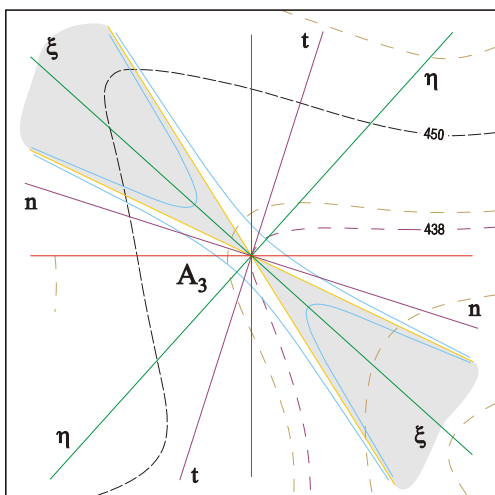
Obr. 1. Priestorové rozloženie tvarov a smerov DI vo vzťahu k jednotlivým celkovým geometrickým formám georeliéfu $F(F_{XX}, F_{KK}, F_{KX}, F_{KS})$. Zároveň sú vyjadrené osi DI, v ktorých ležia hlavné normálové krivosti $(K_N)_{E,1,2}$ DI ako aj dotčnice n k spádovým krivkám a dotčnice t k vrstevniciam, v ktorých ležia normálové krivosti ω , $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$.



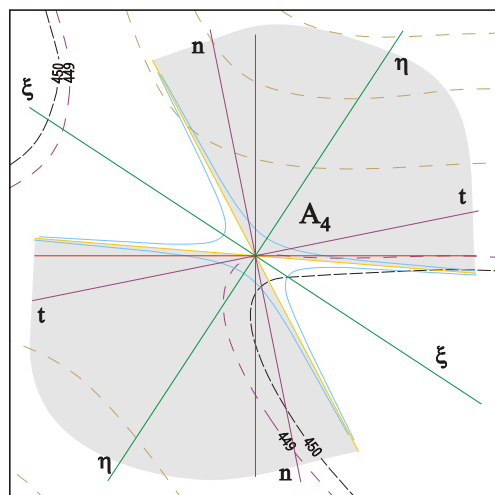
Obr. 2. DI vo vybranom bode $A_1(x_1, y_1, z_1)$ ležiacom v celkovej forme $F_{XX}(\omega > 0, K_r > 0)$. DI má v ňom tvar elipsy, bod A_1 je eliptickým bodom. Smer hlavných krivostí $(K_N)_{E,1,2}$ DI ležiacich v jej osiach je odlišný od smerov normálových krivostí ω , $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$, ktoré ležia v n, t .



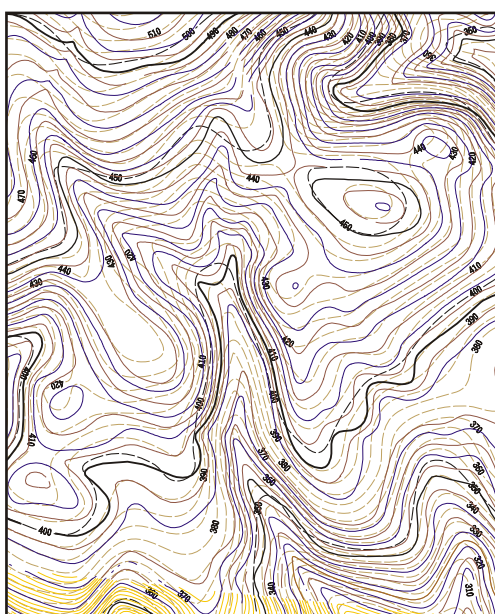
Obr. 3. DI vo vybranom bode $A_2(x_2, y_2, z_2)$ ležiacom v celkovej forme $F_{XX}(\omega > 0, K_r < 0)$. DI má v ňom tvar dvojného súboru hyperbol. Smer hlavných normálových krivostí $(K_N)_{E,1,2}$ ležiacich v osiach DI je odlišný od smerov normálových krivostí ω , $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$ ležiacich v n a t . ω ležiaci v n zapadá do jedného sektora DI, zatiaľ čo $(K_N)_t = K_r \cdot \sin \gamma_N$ zapadá do druhého sektora DI.



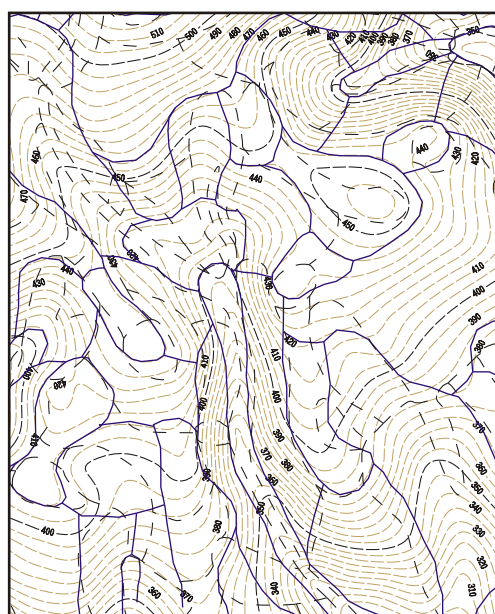
Obr. 4. Osobitný prípad DI, keď DI má v konvex-konkávnych formách F_{xx} ($\omega > 0$, $K_x > 0$) tvar hyperboly. Hlavné krivosti $(K_N)_{B, 1, 2}$ ležia v osiach DI. Obe dotyčnice, n , t , v ktorých ležia ω , $(K_N)_t = K_x \cdot \sin \gamma_N$ však zapadajú súčasne do jedného sektora DI vymedzeného asymptotami DI.



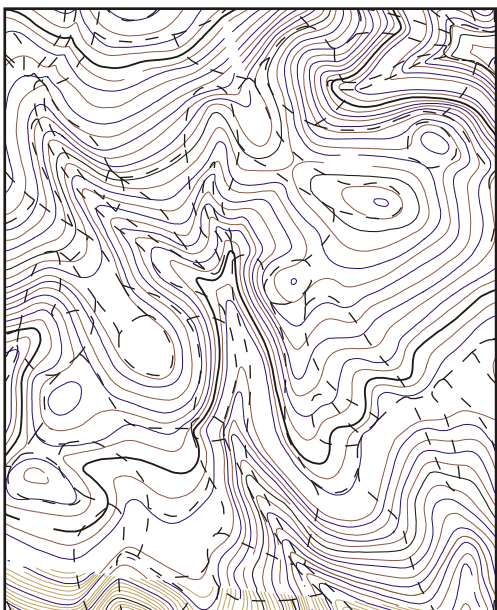
Obr. 5. Osobitný prípad DI, keď DI má v konkáv-konkávnych formách F_{xx} ($\omega < 0$, $K_x < 0$) tvar hyperboly. Hlavné krivosti $(K_N)_{B, 1, 2}$ ležia v osiach DI. Obe dotyčnice, n , t , v ktorých ležia ω , $(K_N)_t = K_x \cdot \sin \gamma_N$ však súčasne zapadajú do jedného sektora DI vymedzeného asymptotami DI.



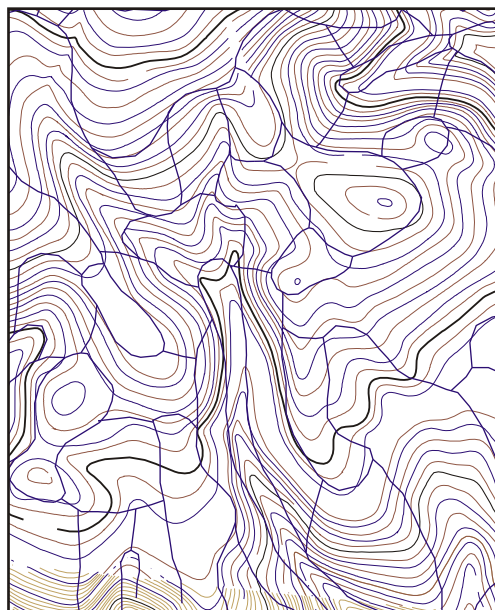
Obr. 6. Porovnanie priebehu vektorizovaných vrstevníc (plná čiara) s vrstevnicami vypočítanými zo štvorcovej siete 100mx100m (prerušovaná čiara)



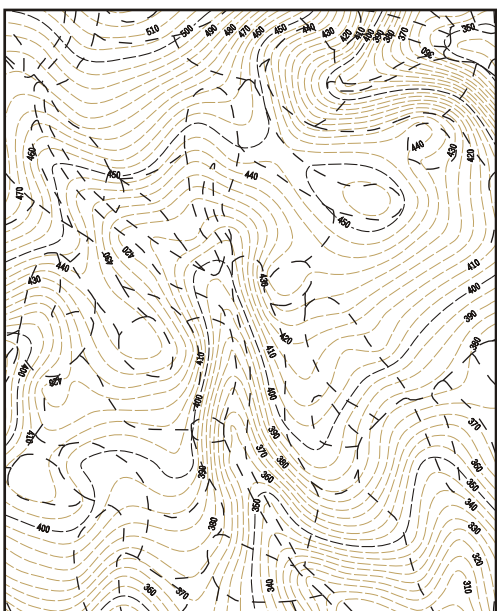
Obr. 7. Porovnanie elementárnych foriem georeliéfu vyčlenených terénnym výskumom (— —) s elementárnymi formami vyčlenenými z priebehu vrstevníc 100m siete (—)



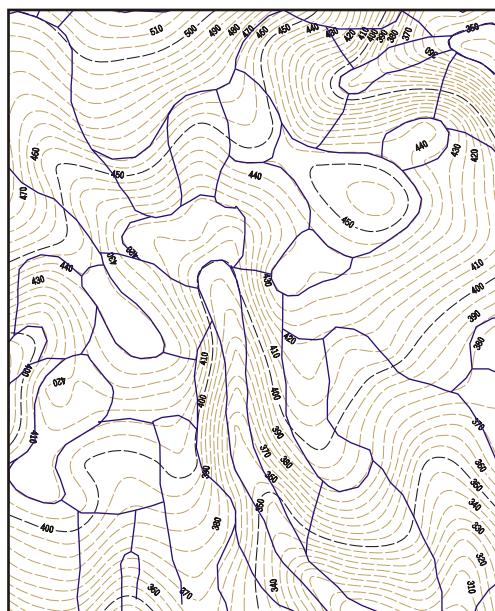
Obr. 8. Elementárne formy georeliéfu vyčlenené terénnym výskumom a vektorizované vrstevnice z mapy 1: 10 000 (vzájomný priebeh)



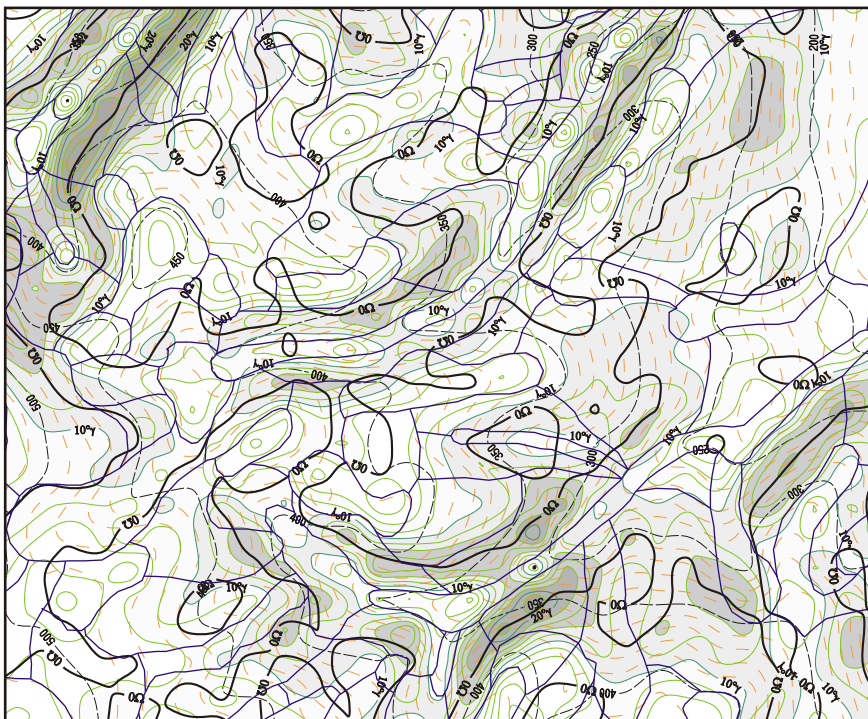
Obr. 9. Elementárne formy georeliéfu vyčlenené z priebehu vrstevníc vyjadrených zo 100m siete a priebeh vektorizovaných vrstevníc (vzájomné porovnanie priebehu)



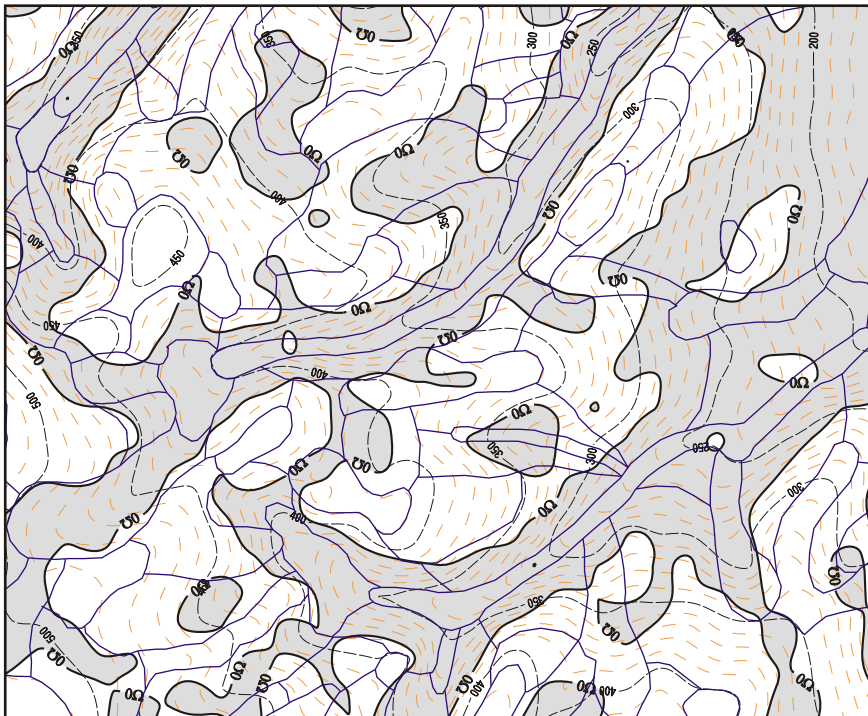
Obr. 10. Priebeh elementárnych foriem georeliéfu vyčlenených terénnym výskumom vzhľadom na priebeh vrstevníc vyjadrených zo 100m siete



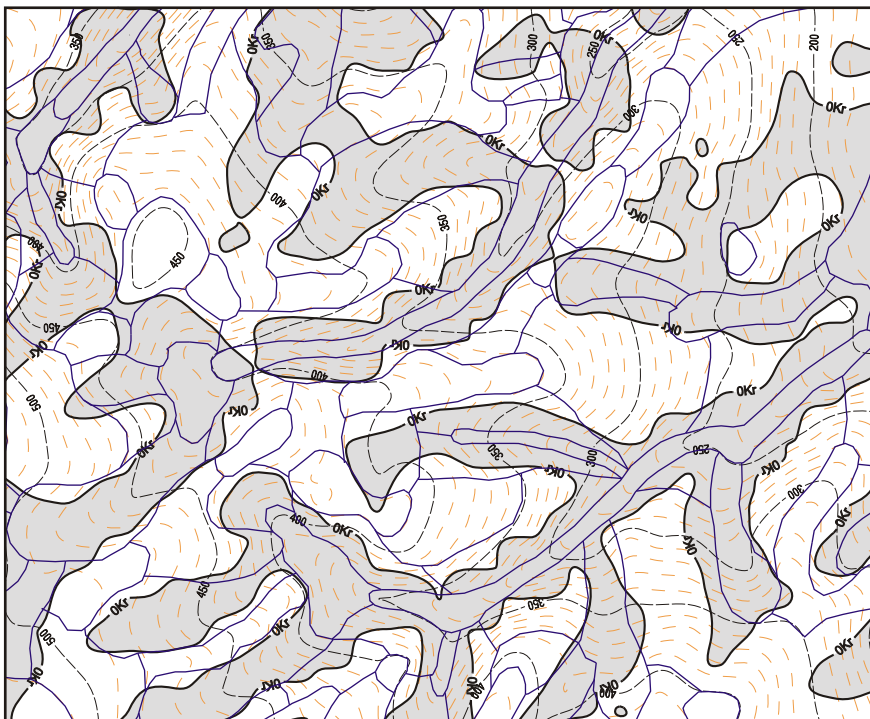
Obr. 11. Elementárne formy georeliéfu vyčlenené z priebehu vrstevníc vyjadrených zo 100m siete a priebeh vrstevníc vyjadrených zo 100m siete (vzájomné porovnanie)



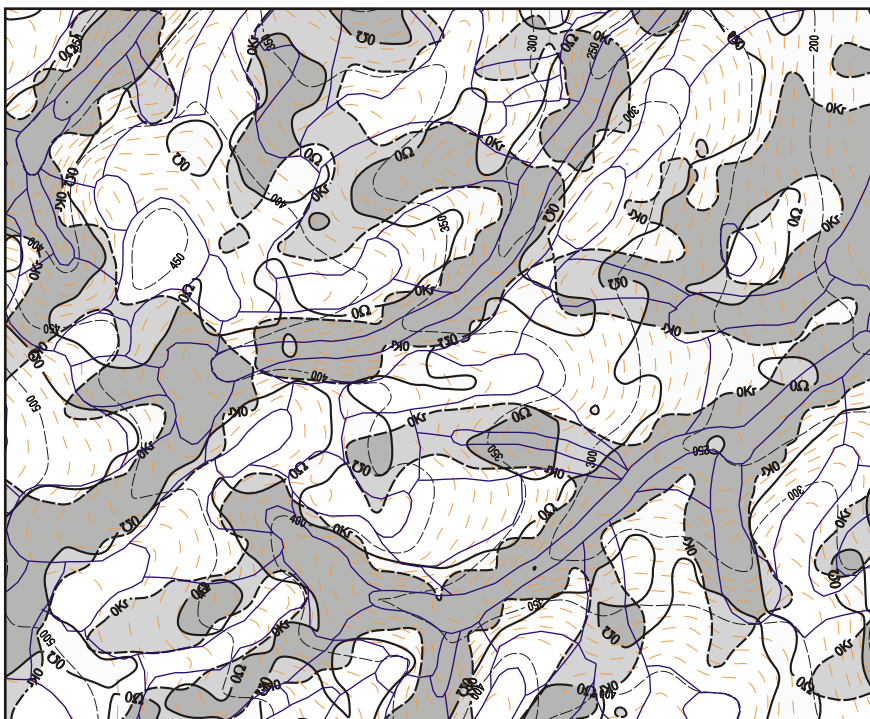
Obr. 12. Priebeh izočiari sklonov v smere spádových kriviek, izočiari $\Omega = 0$ a elementárne formy georeliéfu vyčlenené zo 100m siete



Obr. 13. Normálové formy georeliéfu (NnF) v smere spádových kriviek (konkávne normálové formy NnFK $\Omega < 0$ sú vyplnené rastrom) a elementárne formy georeliéfu vyčlenené zo 100m siete



Obr. 14. Horizontálne formy georeliéfu (KřF) (konkávne horizontálne formy KřFK. Kr < 0 sú vyplnené rastrom) a elementárne formy georeliéfu vyčlenené zo 100m siete



Obr. 15. Celkové formy georeliéfu F a elementárne formy georeliéfu vyčlenené zo 100m siete