

ZÁKLADNÉ PRINCÍPY FILTRÁCIE RADAROVÝCH SNÍMOK ZEME

Zuzana KRIVÁ

Basic principles in SAR imagery filtration in remote sensing

Abstract: SAR (Synthetic Aperture Radar) is a radar with its antenna prolonged in a “synthetic way” – by a software to achieve better resolution. SAR imagery used in remote sensing suffers from a heavy noise called speckle which degrades the quality of images and makes their interpretation difficult, thus filtering must be the first step in their interpretation and to develop applications. The received signal is given by the coherent (vectorial) sum of the signals received from each individual scatterer in the resolution cell – we cannot trust in a single value. The solution is the averaging. The filters are required to average homogenous areas and to preserve details. The speckle is a multiplicative noise, i.e. the larger is the reflectivity, the larger is the noise. In this paper we present the basic principles of statistical filter and we show their relationship to filters based on diffusion partial differential equations (PDEs).

Keywords: synthetic aperture radar, speckles, additive noise, multiplicative noise, statistical filter, diffusional partial differential equations

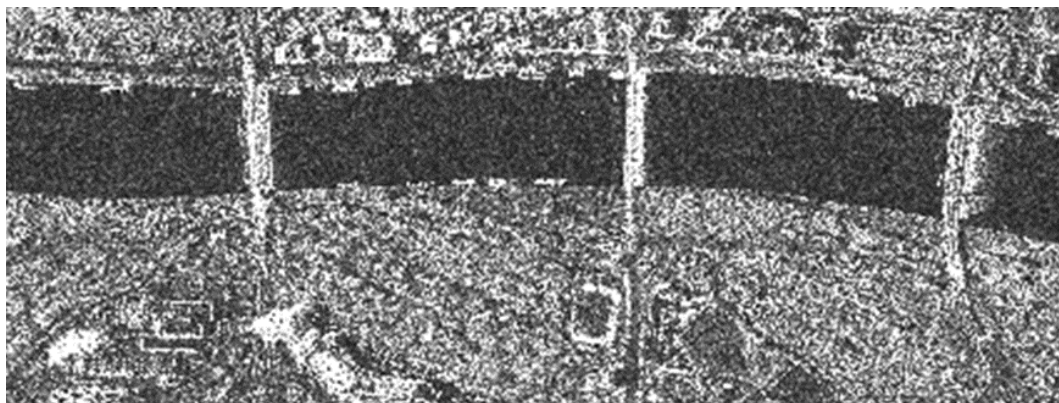
Úvod

V diaľkovom prieskume Zeme má radarové snímanie svoje nezastupiteľné miesto. Radarový senzor vyšle signál a meria, čo sa odrazí späť. SAR (Synthetic Aperture Radar) je radar s anténou predĺženou „umelým spôsobom“ – pomocou softvéru tak, aby sa získalo lepšie rozlíšenie. Radarové snímky však obsahujú zreteľný šum, nazývaný *spekl* (angl. *speckle*), ktorý výrazne znehodnocuje ich kvalitu a sťažuje ich interpretáciu. Kolísavosť prijatého signálu je tým výraznejšia, čím je vyššia odrazivosť snímaných objektov (napr. obr. 1). Preto prvým nevyhnutným krokom pri mnohých operáciách býva priemerovanie, pričom požiadavkou je, aby sa priemerovali oblasti rovnakých charakteristík (homogénne oblasti) a uchovali drobné detaily. Filtračné algoritmy pre SAR často využívajú štatistické vlastnosti šumu (práve na určovanie homogenity oblastí), a tak štatistické filtre tvoria jednu veľkú skupinu nástrojov na potlačenie šumu *spekl*. Druhou veľkou skupinou, ktorá postupne nadobúda väčší a väčší význam, sú filtre založené na parciálnych diferenciálnych rovniciach. Filtrami založenými na waveletovej transformácii sa zaoberať nebudeme.

Cieľom tohto článku je podrobne rozobrať súvis medzi štatistickými filtrami používanými pre odstraňovanie šumu a difúznymi modelmi vychádzajúcimi z parciálnych diferenciálnych rovníc, ktorých spoločnou črtou je to, že sú založené na priemerovaní. Ako reprezentanta štatistických filtrov vyberáme Leeho filter, ktorý v rôznych variáciách býva implementovaný v softvéroch pre spracovanie snímok SAR. Ako reprezentantov difúzných modelov vyberáme rovnicu vedenia tepla a jej modifikácie spomaľujúce difúziu v oblasti hrán. Difúzne modely obsahujú parametre, ktoré obyčajne volí používateľ na základe skúsenosti a vlastností obrázku. Jediným vstupným parametrom štatistických filtrov býva obyčajne veľkosť okna, v ktorej sa odhadujú štatistické veličiny. Štatistické filtre nemajú schopnosť vylepšovať hrany: túto schopnosť má napríklad Perona-Malikova difúzna rovnica (obr. 2). Tá však pre použitie na radarové snímky musí byť modifikovaná, pretože jej hranový detektor na nich zlyháva.

Našou snahou je skúmať konštrukciu difúzneho filtra, ktorá využije veličiny štatistického a spojí ich s výhodami filtrov nelineárnej difúzie. Spočiatku sa zaoberáme aditívnym šumom, neskôr multiplikatívnym, ktorým sú znehodnotený snímky získané pomocou radarov so syntetickou

apertúrou (SAR) pri diaľkovom výskume Zeme. Aj keď sa dá multiplikatívny šum previesť na aditívny logaritmovaním, našim konečným cieľom je skúmať odstraňovanie multiplikatívneho šumu bez logaritmovania, pretože tak sa lepšie uchovávajú rádiometrické vlastnosti dát.



Obr. 1 Príklad radarovej snímky časti Bratislavy (misia TSX, 11. nov. 2008). Rieka ako hladká plocha s nízkou odrazivosťou obsahuje šum menšej sily ako svetlejšie oblasti s vyššou odrazivosťou. Zašumené dáta tejto amplitúdovej snímky majú Rayleighovo rozdelenie: pre jednotlivé homogénne oblasti platí, že pomer smerodajnej odchýlky a priemeru sa rovná konštante 0,5227. Dáta môžu byť opísané modelom pre multiplikatívny šum.

1. Základné difúzne rovnice

Lineárna rovnica vedenia tepla:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} - \Delta u(x, t) = 0 \text{ v } Q_T \equiv \Omega \times I \quad (1)$$

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial n} = 0 \text{ v } Q_T \equiv \partial\Omega \times I \quad (2)$$

$$u(0, x) = u^0(x) \text{ v } \Omega \quad (3)$$

Rovnica nelineárnej difúzie spomalená v oblasti hrán:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} - g(|\nabla u|)\Delta u(x, t) = 0 \text{ v } Q_T \equiv \Omega \times I \quad (4)$$

Peronova-Malikova rovnica, základný model (Perona a Malik, 1998):

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} - \nabla \cdot (g(|u|)\nabla u(x, t)) = 0 \text{ v } Q_T \equiv \Omega \times I \quad (5)$$

Peronova-Malikova rovnica, regularizovaný model (Cattè et al., 1992):

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} - \nabla \cdot (g(|G_\sigma * u|) \nabla u(x, t)) = 0 \text{ v } Q_T \equiv \Omega \times I \quad (6)$$

Rovnice (4), (5) a (6) majú rovnako ako (1) okrajové podmienky (2) a počiatočnú podmienku (3), čo je vstupný zašumený obrázok.

V rovniciach (4) až (6) sa ako hranový detektor používa norma gradientu. Tam, kde je vysoká, t. j. v miestach s prudkou zmenou intenzity sa predpokladá hrana. Funkcia $g(s)$ v rovniciach (4) až (6) sa nazýva Peronova-Malikova funkcia a jej úlohou je spomaliť v takých miestach difúziu, jej vstupom je norma gradientu. Táto funkcia je nerastúca, uvažujeme ju ako kladnú, $g(0)=1$ a $\lim_{s \rightarrow \infty} g(s) = 0$. Jej výstup sa nazýva difúzny koeficient.

G_σ v (6) je zhladzujúce jadro. Rovnica (6) na rozdiel od (5) pre výpočet difúzneho koeficientu využíva tzv. Gaussovský gradient, teda predvyhladený gradient, čo má význam z teoretického aj praktického hľadiska. Treba zdôrazniť, že oba modely sú úspešné vtedy, keď šum má menší gradient ako hrana. Toto býva typické pre slabší aditívny šum. V prípade multiplikatívneho šumu radarových snímok však táto požiadavka nie je splnená. Ako sme už spomenuli a môžeme vidieť na obr. 1, veľký gradient je aj v oblastiach s vysokou odrazivosťou, nielen na hranách, a tak hranice dvoch oblastí s vysokou odrazivosťou je vlastne nájsť takmer nemožné.

Modely (5) a (6) sa dajú skrátené prepísať do advektčno-difúzneho tvaru:

$$u_t - \nabla g \cdot \nabla u = g \Delta u. \quad (7)$$

Vidíme, že pravá strana (7) predstavujú člen doprednej difúzie zo (4), ktorá je teda obsiahnutá v (5) aj (6). Advektívny člen na ľavej strane predstavuje zaostrovací mechanizmus, ktorý model (4) nemá. Modely (5) aj (6) na rozdiel od (4) teda v sebe obsahujú mechanizmy, ktoré môžu hrany vylepšiť (obr. 2 a 3). Podrobnejší popis spolu s obrázkami možno nájsť napríklad v učebnici Spracovanie obrazu (Krivá et al., 2016b).

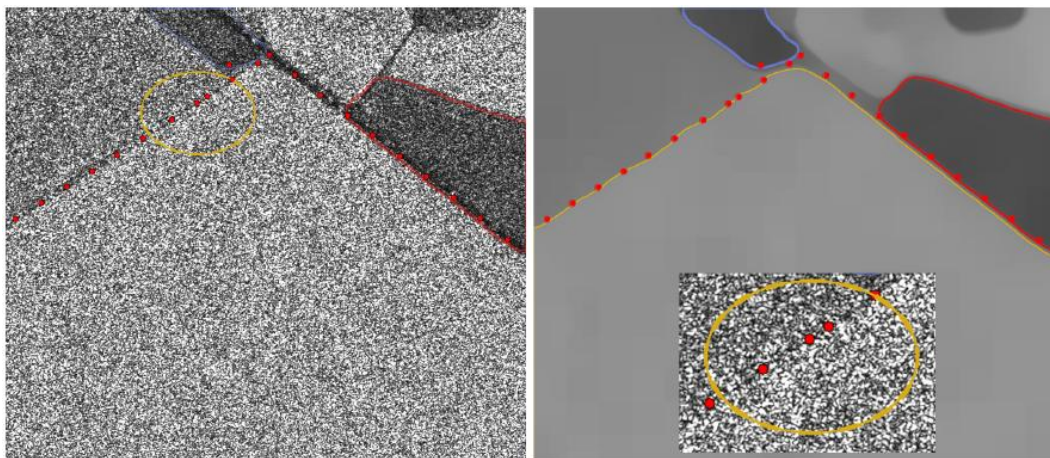


Obr. 2 Úlohou tohto obrázku je ukázať na schopnosť Peronovho-Malikovho modelu vylepšovať hrany. Vidíme, že hranice oblastí sú veľmi zlej kvality, niekde takmer stratené. Úlohou bolo hľadať hranice oblastí, dáta mohli byť teda logaritmované, čím sa zmenil multiplikatívny charakter šumu na aditívny. Filtrácia sa vykonala vo viacerých časových krokoch. Vidíme, že kvalita hrán sa v priebehu filtrácie vylepšovala.

1.1 Prístup pomocou PDR – základná difúzna rovnica

Štatistické filtre často vychádzajú z predpokladu, že $\bar{x} = \bar{y}$, kde x sú skutočné hodnoty odrazivosti snímaných objektov a y sú hodnoty odrazivosti ovplyvnené šumom. Potom filtre možno zapísať ako lineárnu kombináciu priemernej hodnoty pixelov vo vhodnom okolí spracovávaného pixela a aktuálnej hodnoty jeho zašumenej odrazivosti

$$\hat{x} = a\bar{y} + by = a\bar{x} + by. \quad (8)$$



Obr. 3 Podobný spôsob filtrácie aplikovaný na väčšie úseky poľnohospodárskej pôdy v Bratislave. Filter založený na konečno-objemovej schéme pre Perona-Malikovu rovnicu, kde je výpočtová mriežka vytvorená pomocou kvadrantových stromov. Červené body predstavujú in situ merania zosnímanej oblasti. Na detaile vidno opäť zľú kvalitu hrán, filter však takúto hranicu dokázal presne nájsť. Hranová detekcia bola vykonaná jednoduchým nástrojom Gimpu (fuzzy select tool). Slabinou algoritmu však bolo strácanie tenkých čiar, čo bolo zapríčinené čiastočne logaritmovaním a čiastočne spôsobom detekcie hrán pomocou gradientu (Krivá et al., 2015). Dáta z 3.decembra 2008 boli dodané misiou TerraSAR-X(TSX).

Skúsime najčastejšie používané difúzne rovnice vyjadriť takýmto spôsobom. Začneme s lineárnou rovnicou vedenia tepla (1). Uvedieme iba jej plne diskretizovanú konečno-objemovú (KO) schému: priestorová diskretizácia bude pravidelná štvorcová mriežka, kde jeden jednotkový štvorec, nazývaný konečný objem a obvykle označovaný p , zodpovedá pixelu. Najprv uvedieme notáciu obvyklú v literatúre, potom ju prispôbime notácii používanej v štatistických filtroch. Pixel – konečný objem – má 4 susedov: ľavého, pravého, horného a dolného. Množinu susedov pixela p označíme $N(p)$. Rovnica vedenia tepla, ako evolučná rovnica, pracuje v časových krokoch, ktorých veľkosť býva označovaná ako k . Pre porovnanie použijeme schému explicitnú v čase, t. j. nové hodnoty získavame iba pomocou starých. Takáto schéma má však obmedzenie na veľkosť časového kroku: pri štyroch susedoch musí byť menšia alebo rovná ako jedna štvrtina. V označení bude index časového kroku označený horným indexom a pixel dolným. Uvedieme všeobecný prechod zo starého časového kroku na nový. Funkcia riešenia bude označená ako u a hodnota na pixeli p ako u_p a bude zodpovedať obrázkovým intenzitám.

Explicitná schéma odvodená pomocou metódy konečných objemov (Krivá et al., 2016b, s. 53):

$$u_p^{n+1} = u_p^n + k \sum_{q \in N(p)} (u_q^n - u_p^n) = (1 - 4k)u_p^n + k \sum_{q \in N(p)} u_q^n. \quad (9)$$

Pri explicitnej schéme máme požiadavku na stabilitu, t. j. chceme, aby koeficienty pri u_p a u_q boli z intervalu $(0,1)$. Ak zvolíme $k=0,25$, tak nová hodnota pixela bude rovná priemeru jeho štyroch susedov, ak zvolíme $k=0,2$, tak nová hodnota pixela bude rovná priemeru susedov a jeho samotného. Pre ľahšie porovnanie štatistických filtrov a difúzných rovníc sa ako okno, v ktorom pracuje štatistický filter berie okno pozostávajúce zo susedov pixela p , pričom jeho referenčná pozícia je v p , pozri napr. (Yu a Acton, 2004). Vyjadríme teraz (9) v tvare (8):

$$u_p^{n+1} = u_p^n + k \sum_{q \in N(p)} (u_q^n - u_p^n) = u_p^n + 4k\bar{u} - 4ku_p^n$$

Dostávame

$$u_p^{n+1} = 4k\bar{u} + (1-4k)u_p^n, k \leq \frac{1}{4}.$$

Teda v (8) máme

$$a = 4k, b = (1-4k), \hat{x} = u_p^{n+1} \quad a y = u_p^n.$$

Váha priemernej hodnoty je najvyššia pre $k=0,25$, čím menšie je k , tým je vyššia váha pôvodnej hodnoty a menšia sila difúzie. Pre lepšie porovnanie s nasledujúcim filtrom, budeme využívať vlastnosť $a+b=1$, a teda $a=1-b$, $b=1-4k$. Pre kroky väčšie ako $k=0,25$ dostávame záporné b . Ak b nahradíme nulou, tak $a=1$, (pripomeňme, že $\hat{x} = a\bar{y} + by$), a teda nová hodnota bude aritmetický priemer. Na záver napíšme tvary, ktoré sa vyskytujú v literatúre a ktoré budeme porovnávať so štatistickými filtermi:

$$a = 1 - b, b = \max(1 - 4k, 0) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} u_p^{n+1} &= a\bar{u} + (1-a)u_p^n = u_p^n + a(\bar{u} - u_p^n) = u_p^n + (1-b)(\bar{u} - u_p^n) = \\ &= (1-b)\bar{u} + bu_p^n = \bar{u} + b(u_p^n - \bar{u}). \end{aligned} \quad (11)$$

Na záver zdôraznime, že koeficient b udáva váhu pôvodnej hodnoty, a teda, čím je b menšie, tým je väčšia sila difúzie, čím je väčšie, tým je menšia sila difúzie. Sila difúzie je priamoúmerná koeficientu a .

2. Štatistický model a filter pre aditívny šum

Model s aditívnym šumom sa dá napísať v tvare

$$y(i, j) = x(i, j) + v(i, j) \quad (12)$$

kde $y(i, j)$ je hodnota zašumeného obrázku pre pixel (i, j) ,

$x(i, j)$ je pôvodná hodnota obrázku (bez šumu),

$v(i, j)$ je aditívny šum, ktorého stredná hodnota je nula ($E[v(i, j)] = 0$) a smerodajná odchýlka je σ_v , x a v sú nezávislé.

Za týchto podmienok platí (vynecháme indexy i a j):

$$\bar{x} = \bar{y} \quad (13)$$

$$E[v^2] = E[(v-0)^2] = \sigma_v^2 \quad (14)$$

$$E[x \cdot v] = E[x] \cdot E[v] = 0. \quad (15)$$

2.1 Vzťah medzi $Var(x)$ a $Var(y)$

Model pre aditívny šum, rovnako ako aj model pre multiplikatívny šum, uvedený neskôr, sa snažia odvodiť odhad disperzie hodnôt nezašumenej odrazivosti pomocou $Var(y)$ zašumených dát a na základe tohto odhadu usudzovať, či skúmaná oblasť je štatisticky homogénna alebo nie.

Platí:
$$Var(x) = Var(y) - \sigma_v^2. \quad (16)$$

Dôkaz. Disperziu $Var(x)$ chceme vyjadriť pomocou y . Budeme vychádzať z $E[(x - \bar{x})^2]$, hodnoty x vyjadríme pomocou y a využijeme (13).

$$\begin{aligned}
Var(x) &= E[(y - v - \bar{y})^2] = E[(y - \bar{y}) - (v - 0)]^2 = \\
&= E[(y - \bar{y})^2 - 2(y - \bar{y})v + (v^2)] + (\sigma_v)^2 = \\
&= Var(y) + (\sigma_v)^2 - 2E[yv - \bar{y}v] = \\
&= Var(y) + (\sigma_v)^2 - 2E[(x + v)v] - 2\bar{y}E[v] \\
&= Var(y) + (\sigma_v)^2 - 2E[v^2] = Var(y) - (\sigma_v)^2.
\end{aligned} \tag{17}$$

V predposlednom riadku sme využili vzťahy (14) a (15) a dostali sme (16).

2.2 Základný štatistický (minimum mean square) filter pre aditívny šum

Nech $\hat{x}$ je odhad x . Tento filter je opäť lineárna kombinácia odhadnutého priemeru $\bar{x}$ a y (pozri (8)). Podrobnejšie informácie môžeme nájsť v (Lee, 1980): $\hat{x} = a\bar{x} + by$, kde vo zvolenom okne $\bar{x}$ je odhadované ako lokálny priemer y .

Ako pri metóde najmenších štvorcov, parametre a a b sa nájdu minimalizovaním

$$J(a, b) = E[(\hat{x} - x)^2] = E[(a\bar{x} + by - x)^2], \tag{18}$$

derivovaním rovnice podľa a a b dostávame:

$$\frac{\partial J(a, b)}{\partial a} = E[\bar{x}(a\bar{x} + by - x)] = \bar{x}E[a\bar{x} + by - x] = 0 \tag{19}$$

$$\frac{\partial J(a, b)}{\partial b} = E[y(a\bar{x} + by - x)] = 0. \tag{20}$$

Úpravou (19) máme $E[a\bar{x} + by - x] = a\bar{x} + b\bar{x} - \bar{x} = \bar{x}(a + b - 1) = 0$ a dostávame

$$a = 1 - b. \tag{21}$$

Teraz v rovnici (20) položíme $a = 1 - b$, preusporiadame výrazy, pre násobení -1 a vypočítame strednú hodnotu:

$$\begin{aligned}
E[y((1 - b)\bar{x} + by - x)] &= E[y(\bar{x} - b\bar{x}) + by - xy] = \\
E[y\bar{x} - by\bar{x} + by - xy] &= E[-y\bar{x} + by\bar{x} - byy + xy] = \\
E[y((x - \bar{x}))] + E[by(\bar{x} - y)] &= 0.
\end{aligned} \tag{22}$$

Skúmame najprv prvý člen (22). Dosadíme za y , využijeme (15) a $E[\bar{x}^2] = \bar{x}E[x] = E[\bar{x}x]$ a môžeme písať:

$$E[y(x - \bar{x})] = E[x(x - \bar{x}) - \bar{x}^2 + \bar{x}^2] = E[x(x - \bar{x}) - \bar{x}(x - \bar{x})] = E[(x - \bar{x})^2] = Var(x).$$

Druhý člen (22) rozpíšeme podobným spôsobom:

$$E[by(\bar{x} - y)] = bE[y(\bar{y} - y)] = -bE[y(y - \bar{y}) - \bar{y}^2 + \bar{y}^2] = -b Var(y),$$

po doplnení do (22) máme:

$$b = \frac{Var(x)}{Var(y)}. \tag{23}$$

Teda jednoduchá verzia Leeho filtra pre aditívny šum, je nasledovná:

$$\hat{x} = (1 - b)\bar{x} + by$$

kde:

$$b = \frac{Var(x)}{Var(x) + Var(\sigma_v^2)} = \frac{Var(y) - Var(\sigma_v^2)}{Var(y)} = 1 - \frac{Var(\sigma_v^2)}{Var(y)}. \tag{24}$$

Vstupné parametre sú disperzia šumu a veľkosť priemerovacieho okna. $\bar{x}$ je priemer vo zvolenom okne (väčšinou sa volí 7 x 7). $Var(x)$ je disperzia v zvolenom okne počítaná podľa vzorca

$$Var(y) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2.$$

Vidíme, že sila difúzie je lokálna, závisí nie od konštanty ako pri rovnici vedenia tepla, ale od lokálnej charakteristiky ako je disperzia, a to nepriamo úmerne a od úrovne šumu. Pozrime sa teraz na Perona-Malikovu rovnicu.

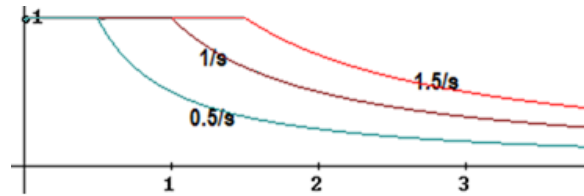
2.3 Porovnanie modelu (4) a Peronovho-Malikovho modelu (5) s modelom (24)

Zopakujme, že modely reprezentované rovnicami (4) až (6) pracujú tak, že pre homogénne oblasti sa vykonáva difúzia zodpovedajúca rovnici vedenia tepla, ale v oblasti hrán sa difúzia spomaľuje. Hrany sú charakterizované pomocou gradientu. Vezmime veľmi jednoduchú explicitnú schému, kde sa pre konečný objem (pixel) počíta jeden gradient, od ktorého sa odvodí difúzny koeficient. K výpočtu gradientu použijeme (25). Vzorec predpokladá, že strana pixela je rovná 1. Pre konečný objem p (pixel p) dostaneme:

$$|\nabla u_p|^2 = \frac{1}{2} \sum_{q \in N(p)} (u_q - u_p)^2. \quad (25)$$

Mocnina veľkosti gradientu podobne ako disperzia tiež vyjadruje mieru zmeny. Tento gradient (jeho normu) zmeníme na difúzny koeficient vyjadrujúci mieru difúzie – číslo medzi 0 a 1. Pre ľahšie porovnanie vezmime funkciu g o argumente s , ktorý bude zodpovedať mocnine normy gradientu (obr.4):

$$g(s) = \max\left(\frac{K_1}{s}, 1\right). \quad (26)$$



Obr. 4 Funkcia $g(s)$ pre rôzne hodnoty K_1 : 0,5; 1; 1,5. Vstupom (os x) sú hodnoty s predstavujúce normu gradientu, výstupom (os y) je difúzny koeficient.

Difúzny koeficient $g(s)$ bude označovať číslo, ktoré vznikne dosadením mocniny normy gradientu $|\nabla u_p|^2$ za s . Zvoľme

$$u_p^{n+1} = u_p^n + kg_p \sum_{q \in N(p)} (u_q^n - u_p^n). \quad (27)$$

V súlade so vzťahmi (10) a (11) môžeme napísať s použitím jednej konštanty:

$$u_p^{n+1} = (1-b)\bar{u} + bu_p^n = 4kg_p\bar{u} + (1-4kg_p)u_p^n$$

$$b = 1 - 4kg_p = \max\left(1 - \frac{K_2}{|\nabla u_p|^2}, 0\right), k \leq \frac{1}{4}, \quad (28)$$

kde K_2 by malo závisieť od disperzie šumu a veľkosti časového kroku. Teda máme špeciálny prípad Leea filtra (nezabúdame ale, že disperzia nie je to isté, čo umocnená norma gradientu, túto otázku budeme skúmať pri modeli s multiplikatívnym šumom).

Rovnicu (27) môžeme napísať ako:

$$\frac{u_p^{n+1}-u_p^n}{k} = g_p \sum_{q \in N(p)} (u_q^n - u_p^n) = g_p \Delta u_p, \quad (29)$$

kde Δu_p zodpovedá výpočtu laplaciánu v pixeli p na pravidelnej mriežke.

Rovnicu (29) môžeme považovať za diskretizáciu rovnice (4). Leeho filter teda predstavuje formu izotropickej difúzie, kde pixel je spracovaný na základe jeho intenzity a intenzity okolitých pixelov tak, že difúzny koeficient pre každého suseda p je rovnaký. Takýto filter nemá žiadny mechanizmus vylepšiť hranu v rámci spracovávaného okna.

Keďže (5) a (6) predstavujú anizotropickú difúziu, ich použitie môže prekonať výsledky základného Leeho filtra. V tom prípade diskretizácia môže byť zvolená ako

$$u_p^{n+1} = u_p^n + k \sum_{q \in N(p)} g_{pq} (u_q^n - u_p^n). \quad (30)$$

Pre výpočet g_{pq} môžeme zvoliť rôzne metódy, napríklad špeciálne priemerovanie g_p a g_q ako v (Krivá, 2011) ale aj metódy popísané v (Krivá et al., 2016). Takýto model môžeme použiť aj pre spracovanie SAR obrázkov, ak zmeníme logaritmovaním multiplikatívny model na aditívny. V tom prípade však neuchováme podmienku (13) o zachovaní priemernej hodnoty, čím môžeme zmeniť radiometrické vlastnosti dát. Takéto algoritmy sa však dajú použiť na hľadanie hraníc regiónov. Adaptívne metódy pracujúce s nepravidelnou mriežkou na báze kvadrantovej mriežky boli skúmané v (Krivá et al., 2015) aj (Vanko, 2015), kde boli porovnávané aj s inými metódami. Takéto metódy boli použité pri spracovaní dát z obr.2 a 3.

3. Štatistický model a filter pre multiplikatívny šum

V predchádzajúcom texte sme spomenuli, že pomer smerodajnej odchýlky a priemeru šumu *spekl* je konštantný. Z hľadiska spracovania obrazu, môže byť štatisticky reprezentovaný modelom s multiplikatívnym šumom ako v (Lee, 1980) a (Lee a Pottier, 2009).

Mnohé filtračné algoritmy na odstraňovanie šumu *spekl* pracujú s nasledujúcim modelom:

$$y(i,j) = x(i,j) \nu(i,j), \quad (31)$$

kde $y(i,j)$ je intenzita alebo amplitúda SAR obrázku pre pixel (i,j) ,

$x(i,j)$ je odrazivosť (bez šumu),

$\nu(i,j)$ je multiplikatívny šum charakterizovaný strednou hodnotou $E(\nu(i,j))=1$ a smerodajnou odchýlkou σ_ν .

O premenných $x(i,j)$ a $\nu(i,j)$ sa predpokladá, že sú štatisticky nezávislé. Ďalej indexy i a j vynecháme. Vychádzajúc z tohto modelu a predpokladu nezávislosti platí:

$$\bar{y} = E[y] = E[x\nu] = E[x]E[\nu] = E[x] = \bar{x}.$$

3.1 Vzťah medzi $Var(x)$ a $Var(y)$

Platí:

$$Var(x) = \frac{Var(y) - \bar{y}^2 \sigma_\nu^2}{1 + \sigma_\nu^2}. \quad (32)$$

Dôkaz: Vzťah medzi disperziou premennej y a premennými x a ν odvodíme nasledovne:

$$[Var(y) = E(y - \bar{y})^2] = E[(x\nu - \bar{x})^2]$$

(využívame (31) a (32), ďalej vložíme $-x + x$)

$$E[(x(\nu - 1) + (x - \bar{x}))^2] = E[(x^2(\nu - 1)^2 + 2x(\nu - 1)(x - \bar{x}) + (x - \bar{x})^2)] = E[x^2(\nu - 1)^2 + 2x(\nu - 1)(x - \bar{x})] + Var(x).$$

Rozpíšme prvý člen. Dostávame:

$$\begin{aligned} E[v^2x^2 - 2vx^2 + x^2 + 2vx^2 - 2vx\bar{x} - 2x^2 + 2x\bar{x}] &= E[v^2x^2 - 2vx\bar{x} - x^2 + 2x\bar{x}] \\ &= E[v^2x^2 - x^2] - 2E[vx\bar{x} - x\bar{x}]. \end{aligned}$$

Posledný výraz je rovný nule, pretože x a v sú nezávislé a $E(v)=1$. Dostávame teda:

$$E[x^2(v-1)^2 + 2x(v-1)(x-\bar{x})] = E[v^2x^2 - x^2] = E[x^2(v^2-1)].$$

Pretože x a v sú nezávislé a nadobúdajú iba kladné hodnoty, aj ich rastúce transformácie $g_1(x) = x^2$ a $g_2(v) = v^2$ sú nezávislé, a teda platí:

$$\begin{aligned} E[x^2(v^2-1)] &= E[x^2]E[v^2-1] = E[x^2](E[v^2]-E[v]^2) = E[x^2]\sigma_v^2. \text{ Ďalej} \\ \text{Var}(y) &= E[x^2]\sigma_v^2 + \text{Var}(x) = E[x^2 - \bar{x}^2 + \bar{x}^2]\sigma_v^2 = \\ &= (\text{Var}(x)\sigma_v^2 + \bar{x}^2)\sigma_v^2 + \text{Var}(x). \end{aligned} \quad (33)$$

$\text{Var}(y)$ je variancia zašumených dát a obyčajne sa odhaduje v lokálnom okne. Na základe toho môžeme odhadnúť varianciu reflektancie zo vzťahu (33), kde sme nahradili $\bar{x}$ za $\bar{y}$ ako

$$\text{Var}(x) = \frac{\text{Var}(y) - \bar{y}^2\sigma_v^2}{1 + \sigma_v^2}. \quad (34)$$

Tým je platnosť (32) dokázaná.

Vlastnosti. Pokiaľ spracovávame nekorelovaný amplitúdový obrázok bez predspracovania (tzv. multilookingu), tak σ_v^2 je 0.5227^2 , v prípade použitia multilookingu je to menej. Na homogénnych oblastiach (odrazivosti) je $\text{Var}(x)$ približne rovné nule, pretože, ako bolo spomínané na začiatku, pomer smerodajnej odchýlky a priemeru hodnôt y je približne 0,5227. Pre nehomogénne oblasti, t. j. sú tam výrazné hrany, alebo kontrastné prvky (textúry) je $\text{Var}(x)$ porovnateľná s $\text{Var}(y)$.

Keď aplikujeme túto rovnicu v okne, $\text{Var}(x)$ môže byť negatívne, kvôli tomu, že máme nedostatočne veľkú vzorku alebo používame väčšiu ako korektnú hodnotu σ_v^2 . V tom prípade je $\text{Var}(x)$ nastavené na nulu, aby sme zaručili, že váha b je medzi nulou a jednotkou.

3.2 Základný štatistický (minimum mean square) filter pre multiplikatívny šum

Nech $\hat{x}$ je odhad x . Tento filter je opäť lineárna kombinácia odhadnutého priemeru $\bar{x}$ a aktuálnej hodnoty y : $\hat{x} = a\bar{x} + by$, kde vo zvolenom okne $\bar{x}$ je odhadované ako lokálny priemer y . Odvodenie koeficientov a a b sa ničím neliši od odvodenia v 2.2, len pri rozpisovaní (22) použijeme namiesto (7) argument, že x a v sú nezávislé a $E[v]=1$ môžeme vytiahnuť pred zátvorku.

Opäť dostávame:

$$b = \frac{\text{Var}(x)}{\text{Var}(y)}, a + b = 1.$$

Tento filter môžeme teda napísať:

$$\hat{x} = (1-b)\bar{y} + by$$

$$\begin{aligned} b &= \max\left(0, \frac{1}{1+\sigma_v^2} \frac{\text{Var}(y) - \bar{y}^2\sigma_v^2}{\text{Var}(y)}\right) = \max\left(0, \frac{1}{1+\sigma_v^2} \left(1 - \frac{\bar{y}^2\sigma_v^2}{\text{Var}(y)}\right)\right) = \\ &= \max\left(0, \frac{1}{1+\sigma_v^2} \left(1 - \frac{\frac{\sigma_v^2}{\bar{y}^2}}{\frac{\text{Var}(y)}{\bar{y}^2}}\right)\right) = \max\left(0, \frac{1}{1+\sigma_v^2} \left(1 - \frac{C_y^2}{C_v^2}\right)\right), \end{aligned} \quad (35)$$

kde $C_y^2 = \frac{\text{Var}(y)}{\bar{y}^2}$ je tzv. koeficient variácie pre dáta a $C_v^2 = \frac{\text{Var}(v)}{\bar{v}^2 - 1}$ je koeficient variácie pre šum. Konštanta pred výrazom do filtrácie je blízka 1: pokiaľ spracovávame nekorelovaný amplitúdový obrázok σ_v^2 je maximálne $0,5227^2$, pokiaľ sme na obrázok neaplikovali predspracovanie (tzv. multilooking), alebo menej (Lee a Pottier, 2009). Príklad filtrácie pomocou Leeho filtra je na obr. 5.



Obr. 5 Vľavo: výrez amplitúdových dát Bratislavy (misia TSX, 11. nov. 2008), pôvodný zašumený obrázok. V strede: aplikácia základného Leeho filtra s oknom pre odhadovanie štatistických veličín 5×5 . Vpravo: aplikácia základného Leeho filtra s oknom pre odhadovanie štatistických veličín 9×9 .

3.3 Odhad parametra šumu

Parameter šumu, σ_v^2 sa dá odhadnúť z homogénnych oblastí, kde je $\text{Var}(x)$ rovné nule. Vo vzťahu (34), po dosadení za $\text{Var}(x)$ dostaneme:

$$\sigma_v^2 = \frac{\text{Var}(y)}{\bar{y}^2}.$$

Poznámka. Tento parameter je číslo a nie premenná definovaná pre každý pixel zvlášť (ako sme sa stretli napr. pri jednej internetovej používateľskej implementácii. Pri takom použití je zo vzťahu (35) očividné, že $b=0$ a filter odpovedá obyčajnému priemerovaniu.

3.4 Spojitosť s anizotropnou difúziou

Ako sme už spomínali v časti 2.3, pre zašumené radarové dáta nie je gradient dobrý indikátor hran medzi dvoma oblasťami. Vidíme, že pokiaľ má anizotropický filter odstraňovať multiplikatívny šum, vstup do Peronovej-Malikovej funkcie g musí odpovedať koeficientu variácie. Otázka je, ako sa dá táto veličina vypočítať pomocou operátorov, ktoré sa používajú pri riešení difúzných rovníc. Odpoveď môžeme nájsť v (Yu a Acton, 2004), kde sa odvádzajú lokálny koeficient variácie a normalizovaný lokálny koeficient variácie.

Lokálny koeficient variácie pre pixel (konečný objem) p :

$$C_p^2 = \frac{\frac{1}{2}|\nabla I_p|^2 - \frac{1}{16}(\Delta I_p)^2}{(I_p + \frac{1}{4}\Delta I_p)^2}. \quad (36)$$

Za predpokladu, že každá hodnota intenzity v obrázku je rôzna od nuly, môžeme čitateľa aj menovateľa v (36) predeliť I_p a dostaneme tak výraz v angličtine nazývaný *instantaneous coefficient of variation*:

$$q = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{\nabla I_p}{I_p}\right)^2 - \frac{1}{16}\left(\frac{\Delta I_p}{I_p}\right)^2}{\left(1 + \frac{1}{4}\frac{\Delta I_p}{I_p}\right)^2}}. \quad (37)$$

Operátory *normalizovanej* veľkosti gradientu a *normalizovaného* Laplaceovho operátora plnia úlohu hranových detektorov v SAR obrázkoch (alebo všeobecnejšie obrázkov obsahujúcich speckle). Vysoká hodnota gradientného členu a nízka hodnota laplaciánu indikuje hranu. V strede hrany laplacián prechádza nulou a gradientný člen dominuje - takýto výraz umožňuje detekciu rovnako vo svetlých ako aj tmavých oblastiach. Model založený na (6) používajúci (37) sa nazýva SRAD (Speckle Reducing Anisotropic Diffusion) a je opísaný opäť v (Yu a Acton, 2004). Všetky parametre sú vypočítavané automaticky. Je tam tiež uvedený tvar klesajúcej funkcie zodpovedajúcej g a jednoduchá numerická schéma, založená na metóde konečných diferencií. Uvedený je aj spôsob prepočtu koeficientu variácie šumu, ktorý sa mení s časom. Příklad filtrácie pomocou tohto modelu ukazuje obr. 6.



Obr. 6 Vľavo: výrez amplitúdových dát Bratislavy (misia TSX, 11. nov. 2008), aplikácia Leeho filtra s oknom 9 x 9. Vpravo: aplikácia 5 krokov filtra SRAD na pôvodný obrázok (veľkosť časového kroku 0,2) s automaticky prepočítavaným koeficientom variácie pre šum. Počiatočná hodnota $\sigma_v^2 = 0,5227^2$.

Záver

V tomto článku sme uviedli vzťah základných štatistických filtrov a difúzných parciálnych diferenciálnych rovníc. Problematika odstraňovania šumu spekl je vo všeobecnosti ťažký problém a filtre sú často úspešné len do istej miery. Tento článok si kládol za cieľ popísať podstatu odvodzenia filtrov a ich základné črty. Uvedené filtre, aj štatistické, aj založené na difúzných rovniciach, majú svoje modifikácie a vylepšenia, ktorých opísanie presahuje rozsah tohto článku, avšak predovšetkým difúzne modely majú potenciál vylepšovania výsledného vzhľadu obrázku, napr. tenzorová difúzia (Weickert, 1999; Drblíková a Mikula, 2007).

Literatúra

CATTÉ, F., LIONS, P.L., MOREL, J.M., COLL, T. (1992). Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 29, pp. 182-193.

- DRBLÍKOVÁ, O., MIKULA, K. (2007). Convergence Analysis of Finite Volume Scheme for Nonlinear Tensor Anisotropic Diffusion in Image Processing. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 46, No. 1, pp. 37-60.
- LEE, J.S. (1980). Digital Image Enhancement and Noise Filtering by Use of Local Statistics Digital Image Enhancement and Noise Filtering by Use of Local Statistics. *IEEE Transactions on Pattern Analysis And Machine Intelligence*, Vol. PAMI-2, No. 2, pp. 165-168.
- LEE, J.S., POTTIER, E. (2009). *Polarimetric Radar Imaging: From Basics to Applications* (CRC Press Taylor & Francis Group).
- KRIVÁ, Z. (2011). *Numerical schemes for the Perona-Malik equation*. MAGIA 2011: Mathematics, geometry and their applications. Proceedings, pp. 7-13.
- KRIVÁ, Z., HANDLOVIČOVÁ, A., MIKULA, K. (2016a). Adaptive cell-centered finite volume method for diffusion equations on a consistent quadtree grid. *Advances in Computational Mathematics*, Vol. 42, No. 2, pp. 249-277.
- KRIVÁ, Z., MIKULA, K., STAŠOVÁ, O. (2016b). *Spracovanie obrazu, Vybrané kapitoly z prednášok*. Bratislava (Vydavateľstvo Slovenskej technickej univerzity).
- KRIVÁ, Z., PAPČO, J., VANKO, J. (2015). Quad-tree Based FV Method for Diffusion Equations with Application to SAR Imaged Filtering. *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica*, Vol. 54, No. 2, pp. 41-61.
- PERONA, P., MALIK, J. (1987). *Scale space and edge detection using anisotropic diffusion*. Proc. IEEE Computer Society Workshop on Computer Vision, Miami, pp. 16-27.
- VANKO, J. (2015). *Monitoring landscape elements changes using satellite radar imagery*. Diploma thesis Bratislava (Vydavateľstvo Slovenskej technickej univerzity).
- WEICKERT, J. (1999). Coherence-enhancing diffusion filtering. *International Journal Computer Vision*, Vol. 31, pp. 111-127.
- YU, Y., ACTON, S. (2004). Edge detection in ultrasound imagery using the instantaneous coefficient of variation. *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 13, No. 12, pp. 1640-1655.

Summary

Basic principles in SAR imagery filtration in remote sensing

In this paper we discussed relationship of the basic statistical filters based and evolutionary partial diffusion equations. Removing of the speckle is a difficult problem in general and filters are often successful only to a certain degree. We aimed to summarize the base of statistical filters, their basic features and relate them to diffusion partial differential equations. Both types of filters have their modifications and improvements description of which is beyond the scope of this paper. In the paper we referred at least some of them having the potential to contribute to this difficult and important problem.

- Fig. 1 The data represents a subset of a detected SAR amplitude image of Bratislava (mission TSX, 11th November 2008). The river as a flat area with low reflectance is less noisy than the bright areas with high reflectance. The data has a Rayleigh distribution: for particular homogeneous areas it holds that the ratio of the standard deviation and the mean is constant and equal to 0.5227. The data can be described by a multiplicative noise model.
- Fig. 2 This image demonstrates the edge enhancement feature of the Perona-Malik model. We can see that the borders between regions are of very poor quality, sometimes almost lost. For the purpose of edge detection, after applying the logarithmic transformation, the character of the noise changed from multiplicative to additive one. The filtration was performed in several time steps. We can observe the improving edge quality.
- Fig. 3 A similar way of filtration like described in Fig. 2, applied to larger agricultural soil segments. The filter is based on the finite volume discretization of the Perona-Malik equation with a computational grid created using the quad-tree method. The red dots represent in situ measurements of the observed area. The detail shows the bad quality of the northwest border, but the filter enabled its good detection. The edge detection itself was performed using a simple gimp tool (fuzzy select tool). The weakness of the algorithm was losing of thin lines, caused partially by logarithmic transformation and partially by the gradient edge detection incorporated in the Perona-Malik model (Krivá et al., 2015). The data was acquired by the mission TerraSAR X(TSX) on the 3rd of December 2008).
- Fig. 4 Function $g(s)$ for varying values of K : 0.5, 1, 1.5. Input (axis x), represent the norm of the gradient, the output (axis y) is the diffusion coefficient.

- Fig. 5 Left: the subset of amplitude data of Bratislava (mission TSX, 11th November 2008), the original noisy image. Middle: the basic Lee filter with 5 x 5 sliding window for estimating the local statistics. Right: the basic Lee filter with 9 x 9 sliding window.
- Fig. 6 Left: the subset of amplitude data of Bratislava (mission TSX, 11th November 2008), after applying the basic Lee filter with 9 x 9 window. Right: application of 5 time steps of SRAD filter to the original image (the size of the time step was 0.2) with σ_v^2 updated automatically. The initial value is $\sigma_v^2=0.52272$.

Prijaté do redakcie: 18. júna 2016
Zaradené do tlače: december 2016