

Marcel MOJZEŠ

TRANSFORMÁCIA SÚRADNICOVÝCH SYSTÉMOV MULTIREGRESNOU ANALÝZOU

Mojzeš Marcel: Datum Transformation by Multiple Regression Equation. Kartografické listy, 1997, 5, 10 tabs., 6 refs.

Abstract: For datum transformation of local geodetic datum to EUEF89 we can use three transformation formulas (Helmert's Formula, Standard Molodensky Formula and Multiple Regression Equations). Geodetic datum transformation by Multiple Regression Equations was initiated to obtain better fits over continental size land areas than could be achieved using the Standard Molodensky or Helmert's formulas. The Multiple Regression Equations have been used to derive polynomial equations for transformation of two local geodetic datum's (S-JTSK and S-42/83) are used on the area of Slovakia. The application of Multiple Regression Equations for S-JTSK gives more than four times smaller RMS and for S-42/83 six times smaller RMS than Helmert's formulas.

Keywords: transformation, multiple regression formulas.

1. Úvod

Referenčný súradnicový systém EUREF89 (European REference Frame 1989) nadobúda stále širšie uplatnenie v geodetickej a kartografickej praxi pri budovaní jednotného geocentrického súradnicového systému v strednej Európe. Vznikol v roku 1987 na zasadnutí IAG (International Association of Geodesy) v úzkej spolupráci s CERCO (Comité Européen des Responsibles de la Cartographie Officielle) s cieľom vybudovať presný geocentrický referenčný systém pre Európu. Projekt sa realizoval v roku 1989 pre západnú Európu a začiatkom roka 1991 niekoľko krajín v strednej a východnej Európe (medzi nimi aj Slovensko) bolo pripojených k EUREF89 (Seeger, 1997). Geodetické referenčné súradnicové systémy používané v jednotlivých štátoch majú lokálny charakter a tak vzniká pre každý štát problém efektívne pretransformovať lokálne geodetické súradnicové systémy do EUREF89.

Problém transformácie je definovaný nasledovne: pre daný bod s priestorovými elipsoidickými súradnicami (elipsoidická šírka B , elipsoidická dĺžka L a elipsoidická výška H), vzťahujúci sa k lokálnemu elipsoidu s veľkou poloosou " a " a sploštením " f ", sa hľadá nová elipsoidická šírka B , elipsoidická dĺžka L a elipsoidická výška H , vzťahnutá ku geocentrickému elipsoidu EUREF89 s inou veľkou poloosou " a " a iným sploštením " f ". V princípe existujú tri druhy transformačných vzťahov:

- Helmertova transformácia,
- štandardné Molodenského vzorce,
- multiregresné vzťahy.

Štandardné Molodenského vzorce aplikované na určitú geografickú oblasť využívajú len priemerné súradnicové rozdiely počiatkov referenčných elipsoidov. Helmertova transformácia bola analyzovaná v prácach (Mojzeš a kol. 1994, 1995) na základe deviatich identických bodov určených v systéme EUREF89 (Karský, Novák, 1993). Sedem parametrov Helmertovej transformácie (tri translácie, tri rotácie a mierka) bolo určených medzi S-JTSK a EUREF89).

Slovensko má 9 bodov určených v GPS kampani CS-NULRAD-92 v systéme EUREF89 (Karský, Novák, 1993). Na určenie siedmich parametrov Helmertovej transformácie (tri

translácie, tri rotácie a mierka) medzi S-JTSK a EUREF89 bolo použitých len 8 bodov (54-VERA, 95-JAVO, 98-SAGR, 106-KVET, 110-VEIN, 128-GAPU, 1201-VOSD). Bod 882-LOST nebol použitý pretože v tom čase neboli určené jeho súradnice v S-JTSK. Pri riešení boli dosiahnuté tieto charakteristiky: jednotková stredná chyba 0.251 m, maximálne reziduum v horizonte 0.572 m. Rovnaký počet bodov bol použitý aj na určenie siedmich transformačných parametrov Helmertovej transformácie medzi S-42/83 a EUREF89 a pri riešení boli získané tieto charakteristiky presnosti: jednotková stredná chyba 0.276, maximálne reziduum v horizonte 0.509 m (Mojzeš a kol., 1994, 1995).

Helmertova transformácia má lineárny charakter. Pomocou jej parametrov nie je možné vystihnúť lokálnu nehomogenitu referenčnej trigonometrickej siete. Nehomogenitu lokálnych trigonometrických sietí je možné znížiť pomocou multiregresných vzťahov použitých na transformáciu, ktorú budeme prezentovať v tomto príspevku.

2. Multiregresná transformácia

Transformáciu lokálneho geodetického súradnicového systému do EUREF89 je možné popísať pomocou nasledovných multiregresných vzťahov uvedených napr. v (Appelbaum, 1982):

$$\Delta B = A_{0,0} + A_{1,0}U + A_{0,1}V + A_{2,0}U^2 + A_{0,2}V^2 + A_{1,1}UV + \dots = \sum_{p,q} A_{p,q} U^p V^q, \quad (1)$$

$$\Delta L = B_{0,0} + B_{1,0}U + B_{0,1}V + B_{2,0}U^2 + B_{0,2}V^2 + B_{1,1}UV + \dots = \sum_{p,q} B_{p,q} U^p V^q, \quad (2)$$

$$\Delta H = C_{0,0} + C_{1,0}U + C_{0,1}V + C_{2,0}U^2 + C_{0,2}V^2 + C_{1,1}UV + \dots = \sum_{p,q} C_{p,q} U^p V^q, \quad (3)$$

kde $p, q = 0, 1, 2, \dots$, $U = k(B - B_0)$ je normalizovaná geodetická šírka, $V = k(L - L_0)$ je normalizovaná geodetická dĺžka, k je mierkový faktor a B_0, L_0 sú súradnice stredu transformovanej oblasti.

Rovnicu (3) nie je možné zatiaľ použiť na multiregresnú transformáciu, pretože body CS-NULRAD-92 nemajú určené presné (2 cm) nadmorské výšky. Z tohto dôvodu sa obmedzíme len na prvé dva vzťahy, t.j. na transformáciu elipsoidickej šírky a dĺžky. pritom predpokladáme, že rovnice (1) a (2) sú nezávislé čo nie je v skutočnosti splnené. Vo vzťahoch (1), (2) a (3) sú neznáme koeficienty $A_{p,q}$, $B_{p,q}$ a $C_{p,q}$, ale U^p , V^q sú známe koeficienty. Je zrejmé, že pre každý identický bod môžeme zostrojiť rovnicu tvaru (1), resp. (2) a metódou najmenších štvorcov určiť neznáme koeficienty. Je zrejmé, že počet identických bodov musí byť väčší než počet koeficientov v multiregresnom polynóme.

3. Praktické riešenie

Multiregresná transformácia v oblasti Slovenska vychádza z deviatich identických bodov, ktoré boli zamerané v rámci GPS kampane CS-NULRAD-92. Výsledné geocentrické súradnice týchto bodov boli pretransformované do EUREF89 (epocha 1989.0) s presnosťou cca 1 cm v horizontálnej polohe a cca 3 cm v elipsoidickej výške (Karský, Novák, 1993). Pravouhlé súradnice identických bodov v systéme S-JTSK boli prevzaté z oddelenia dokumentácie Geodetického a kartografického ústavu Bratislava a pri transformácii na elipsoidické súradnice boli uvážené aj Bucharove korekcie (Buchar, 1951). Pravouhlé súradnice v systéme S-42/83 boli získané z Topografického ústavu v Banskej Bystrici. Na multiregresnú transformáciu bol po predchádzajúcej analýze zvolený multiregresný polynóm so šiestimi koeficientami pre ΔB aj pre ΔL . Ďalej uvedieme hodnoty koeficientov jednotlivých multiregresných polynómov:

a) Transformácia S-JTSK do EUREF89

Na určenie hodnôt koeficientov bolo použitých deväť identických bodov rozložených po území Slovenska so súradnicami ťažiska na Besselovom elipsoide

$$B_0 = 48.65974531^\circ, \quad L_0 = 19.33338131^\circ.$$

Výsledné hodnoty určených koeficientov pre elipsoidickú šírku a ich stredné chyby sú zostavené v tab.1.

Tab.1

$A_{0,0}$	$A_{1,0}$	$A_{0,1}$	$A_{2,0}$	$A_{0,2}$	$A_{1,1}$
\bar{b}	\bar{b}	\bar{b}	\bar{b}	\bar{b}	\bar{b}
-1.2799	-0.3851	0.0677	0.0244	0.0092	0.0124
0.0025	0.0022	0.0012	0.0057	0.0016	0.0036

Jednotková stredná chyba má hodnotu 0.0029. V tab.2 sú zostavené rezídua na identických bodoch.

Tab.2

Bod	54	77	95	98	106	110	128	882	1 201
$v(\prime)$	-0.0001	0.0011	0.0025	-0.0004	-0.0020	0.0016	0.0012	-0.0030	-0.0008

Výsledná transformačná rovnica pre elipsoidickú šírku má nasledovný tvar

$$BEUREF89 = B_{S-JTSK} - 1.2799 - 0.3851U + 0.0677V - 0.0244U^2 + 0.0092V^2 + 0.0124UV$$

Výsledné hodnoty určených koeficientov pre elipsoidickú dĺžku a ich stredné chyby sú zostavené v tab.3.

Tab.3

$B_{0,0}$	$B_{1,0}$	$B_{0,1}$	$B_{2,0}$	$B_{0,2}$	$B_{1,1}$
\bar{b}	\bar{b}	\bar{b}	\bar{b}	\bar{b}	\bar{b}
-6.2375	-0.0934	-0.6688	-0.0002	-0.0033	-0.0390
0.0041	0.0037	0.0021	0.0096	0.0027	0.0060

Jednotková stredná chyba v tomto prípade je 0.0049. V tab.4 sú zostavené rezídua na identických bodoch.

Tab.4

Bod	54	77	95	98	106	110	128	882	12
v(")	0.0006	-0.0023	-0.0052	0.0019	0.0022	-0.0006	-0.0011	0.0053	-0.0007

Výsledná transformačná rovnica pre elipsoidickú dĺžku má nasledovný tvar

$$LEUREF89 = L_{S-JTSK} - 6.2375 - 0.0934U - 0.6688V - 0.0002U^2 - 0.0033V^2 - 0.0390UV$$

Korelačná matica je rovnaká pre elipsoidickú šírku aj pre elipsoidickú dĺžku pretože je tvorená z tých istých koeficientov a má nasledovný tvar

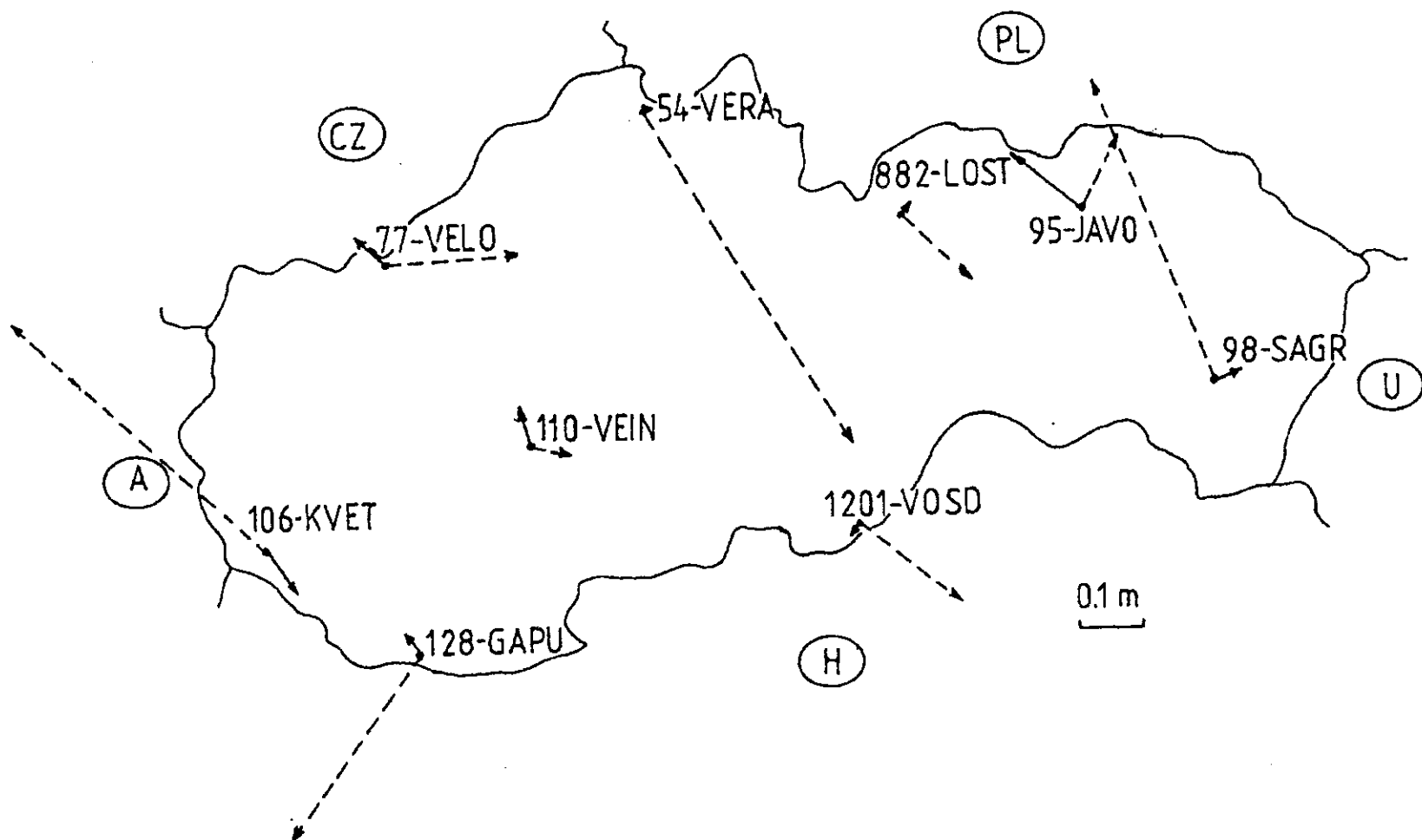
$$K_{S-JTSK} = \begin{bmatrix} 1.00 & -0.12 & 0.05 & -0.76 & -0.77 & 0.39 \\ & 1.00 & -0.46 & -0.08 & 0.12 & 0.29 \\ & & 1.00 & 0.18 & -0.26 & -0.62 \\ & & & 1.00 & 0.50 & -0.62 \\ & & & & 1.00 & -0.52 \\ & & & & & 1.00 \end{bmatrix}$$

Transformácia rezíduí v smere elipsoidickej šírky a dĺžky na metrickú mieru a výpočet horizontálnych rezíduí je zostavený v tab.5.

Tab.5

Bod	v_n (m)	v_e (m)	v_s (m)
54-VERA	-0.003	0.012	0.012
77-VELO	0.034	-0.047	0.058
95-JAVO	0.077	-0.105	0.130
98-SAGR	0.012	0.039	0.041
106-KVET	-0.062	0.045	0.077
110-VEIN	0.049	-0.012	0.050
128-GAPU	0.037	-0.023	0.044
882-LOST	-0.093	0.107	0.142
1201-VOSD	-0.025	-0.014	0.029

Jednotková stredná chyba multiregresnej transformácie S-JTSK do EUREF89 je 0.082 m čo je v porovnaní s Helmertovou transformáciou v horizontálnych súradniciach (0.376 m) viac ako štyri razy menšia. Horizontálne rezídua sú zobrazené na obr.1 za účelom získania obrazu o ich plošnom rozložení.



Obr. 1 Transformačné rezíduá vs medzi S-JTSK a EUREF89 po Helmertovej - - - > a multiregresnej —> transformácii

b) Transformácia S-42/83 do EUREF89

Na výpočet transformačných koeficientov bolo použitých len osem identických bodov, pretože bod 882-LOST nemal určené súradnice v systéme S-42/83. Ťažisko identických bodov na Krasovského elipsoide má tieto súradnice

$$B_0 = 48.59274122^\circ, \quad L_0 = 19.22372931^\circ.$$

Výsledné hodnoty určených koeficientov a ich stredné chyby pre elipsoidickú šírku sú zostavené v tab.6.

Tab.6

$A_{0,0}$	$A_{1,0}$	$A_{0,1}$	$A_{2,0}$	$A_{0,2}$	$A_{1,1}$
σ	σ	σ	σ	σ	σ
-1.2300	0.0544	0.0911	-0.0064	0.0056	0.0195
0.0030	0.0025	0.0013	0.0063	0.0019	0.0043

Jednotková stredná chyba v tomto prípade má hodnotu 0.0031. V tab.7 sú uvedené rezíduá na identických bodoch.

Tab.7

Bod	54	77	95	98	106	110	128	1201
v(")	0.0009	-0.0013	-0.0001	-0.0007	0.0025	-0.0014	-0.0020	0.0021

Výsledná transformačná rovnica pre elipsoidickú šírku má nasledovný tvar

$$B_{EUREF89} = B_{S-42/83} - 1.2300 + 0.0544U + 0.0911V - 0.0064U^2 + 0.0056V^2 + 0.0195UV$$

Výsledné hodnoty určených koeficientov a ich stredné chyby pre elipsoidickú dĺžku sú zostavené v tab.8.

Tab.8

$B_{0,0}$	$B_{1,0}$	$B_{0,1}$	$B_{2,0}$	$B_{0,2}$	$B_{1,1}$
σ	σ	σ	σ	σ	σ
-6.1060	-0.1134	0.0417	-0.0054	0.0083	0.0183
0.0032	0.0028	0.0015	0.0069	0.0021	0.0047

Jednokková stredná chyba má hodnotu 0.0034. V tab.9 sú zostavené rezíduá na identických bodoch.

Tab.9

Bod	54	77	95	98	106	110	128	1201
v(")	-0.0007	0.0011	0.0014	-0.0017	0,0011	-0.0028	-0.0008	0.0026

Výsledná transformačná rovnica pre elipsoidickú dĺžku má nasledovný tvar

$$L_{EUREF89} = L_{S-42/83} - 6.1060 - 0.1134U + 0.0417V - 0.0054U^2 + 0.0083V^2 + 0.0183UV$$

Korelačná matica pre elipsoidickú šírku aj dĺžku má nasledovný tvar

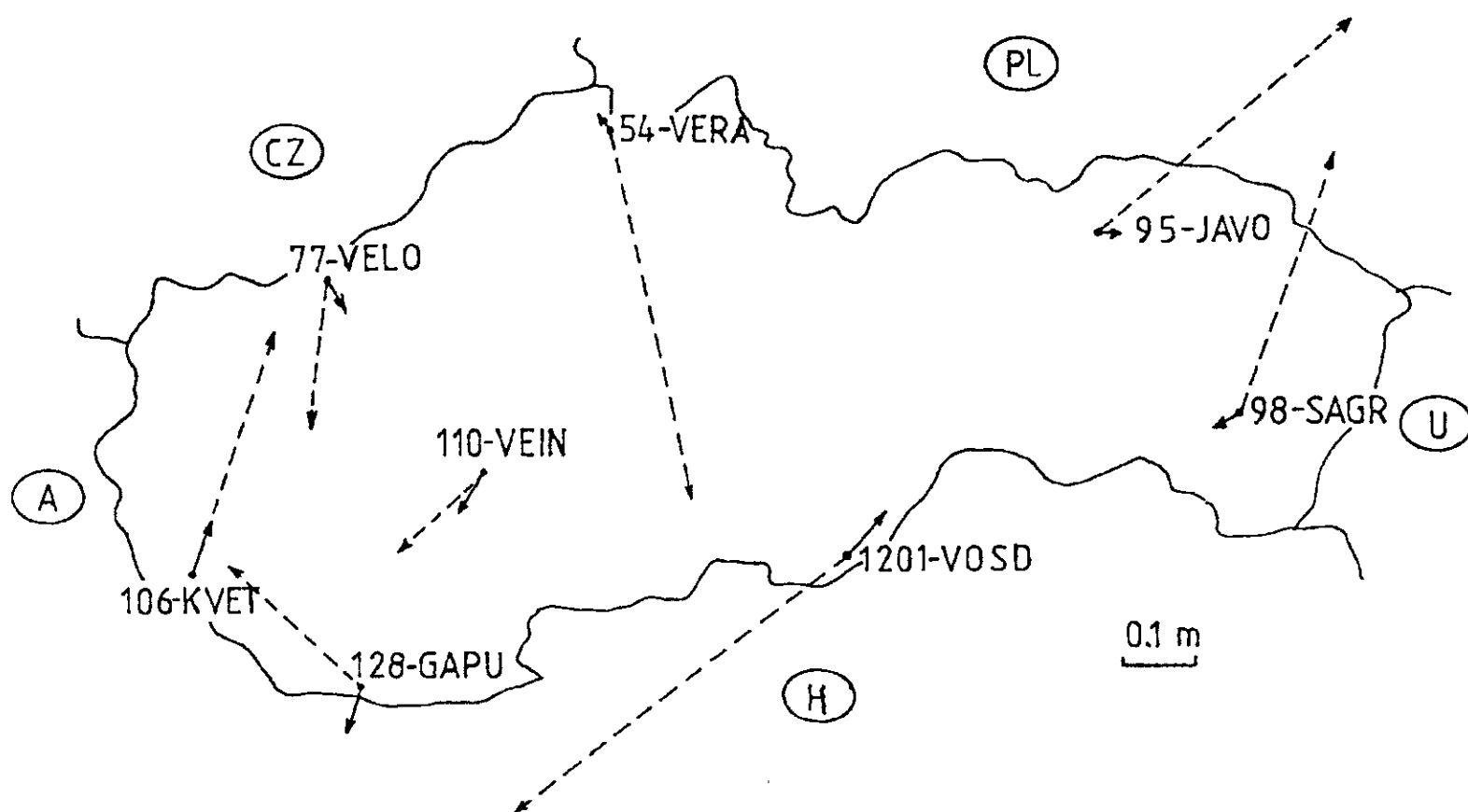
$$K_{S-42/83} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.07 & 0.13 & -0.78 & -0.82 & 0.52 \\ & 1.00 & -0.35 & -0.17 & -0.07 & 0.40 \\ & & 1.00 & 0.12 & -0.31 & 0.05 \\ & & & 1.00 & 0.55 & -0.62 \\ & & & & 1.00 & -0.62 \\ & & & & & 1.00 \end{bmatrix}$$

Transformácia rezíduí v smere elipsoidickej šírky a dĺžky na horizontálne rezídua je uvedená v tab.10.

Tab.10

Bod	v_p (m)	v_e (m)	v_s (m)
54-VERA	0.028	-0.014	0.031
77-VELO	-0.040	0.022	0.046
95-JAVO	-0.003	0.028	0.028
98-SAGR	-0.022	-0.035	0.041
106-KVET	0.077	0.023	0.080
110-VEIN	-0.043	-0.057	0.071
128-GAPU	-0.062	-0.017	0.064
1201-VOSD	0.065	0.054	0.084

Jednotková stredná chyba multiregresnej transformácie S-42/83 do EUREF89 je 0.063 m a v porovnaní s Helmertovou transformáciou v horizontálnych súradniciach (0.418 m) je až sedem krát menšia. Horizontálne rezídua multiregresnej transformácie sú znázornené na obr.2.



Obr.2 Transformačné rezíduá v_s medzi S-42/83 a EUREF89 po Helmertovej - - - > a multiregresnej —> transformácii

4. Záver

Na základe výsledkov získaných v tomto článku môžeme konštatovať, že multiregresná transformácia v oblasti Slovenska je viac ako štyri krát efektívnejšia než Helmertova transformácia v prípade transformácie S-JTSK do EUREF89 a až šesť krát efektívnejšia v prípade transformácie S-42/83 do EUREF89.

Multiregresná transformácia má schopnosť vystihnúť nehomogenitu lokálnych geodetických súradnicových systémov, ktorá je s pôsobením meniacou sa mierkou, neuvážením geoidu a zvislicových odchýlok pri ich budovaní.

Odvozené transformačné vzťahy majú široké uplatnenie v geodézii a kartografii a pri tvorbe informačných systémov v geocentrickom súradnicovom systéme EUREF89.

Prôblém transformácie H bude možné riešiť až po získaní nadmorských výšok všetkých identických bodov.

LITERATÚRA

1. Appelbaum L.T.: Geodetic Datum Transformation By Multiple Regression Equations. Proceedings of the Third International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning. New Mexico State University, Las Cruces, 1982.
2. Buchar E.: Tížnicové odchýlky a geoid V ČSR. VTN Praha, 1951.
3. Karský G., Novák P.: GPS kampaň CS-NULRAD-92/rešení 1993. Ondřejov 1993.
4. Mojzeš M., Kalafut M., Banský L.: Transformácia súradnicových systémov (Teoretická časť). Bratislava 1994.
5. Mojzeš M., Kalafut M., Banský L.: Geocentrický súradnicový systém a GIS. Zborník z 11. kartografickej konferencie, Bratislava 1995.
6. Seeger H.: The Current Status and Perspectives of EUREF. Presented at the XXII General Assembly of the EGS, Vienna 1997.

S u m m a r y

Datum Transformation by Multiple Regression Equation

The paper presents a short discussion of datum transformation from one system to another. The Multiple Regression Equations used for transformation of two local geodetic datum's (S-JTSK and S-42/83) to EUREF89 are discussed in details. The horizontal residuals between S-JTSK and EUREF 89 obtained by Helmert's and Multiple Regression transformation formulas are presented on Fig. 1 and between S-42/83 and EUREF 89 on Fig. 2.

The result confirmed that Multiple Regression equations are more effectively (four times) than Helmert's transformation in case of S-JTSK and six times in the case of S-42/83.

Lektoroval

Ing. Ján Valko, CSc.,
Slovenská technická univerzita
Bratislava