

Renata GALGONOVÁ, Ján HEFTY

## ZOBRAZENIE POĽA DEFORMÁCIÍ ZEMSKÉJ KÔRY NA ZÁKLADE VÝSLEDKOV STREDOEURÓPSKEHO GEODYNAMICKÉHO PROJEKTU

**Galgonová, R., Hefty J.: Deformation Field of the Earth's Crust on the Basis of Results of the Central Europe Geodynamics Project.** Kartografické listy, 2001, 9, 7 figs., 18 refs.

**Abstract:** The epoch GPS observations performed in the framework of the Central Europe Geodynamics Project are used for estimation of the coordinates and velocities of monitored sites. The mathematical formulation of deformation analysis of Earth's crust is given. The results are presented in the form of ITRF site velocities, relative intraplate velocities within the Eurasian tectonic plate and in the form of deformation characteristics like planar oriented linear elongation and surface dilatation.

**Keywords:** Geodynamics, deformations of Earth's crust, Global Positioning System.

### Úvod

Využitie Globálneho systému na určovanie polohy USA (GPS) zásadným spôsobom zmenilo riešenie mnohých úloh geodézie a kartografie. Jednou z oblastí, kde aplikácia GPS priniesla úplne nové možnosti je monitorovanie prejavov geodynamických procesov na zemskom povrchu. V súčasnosti dosahovaná presnosť relatívneho určovania polohy, ktorá je niekoľko milimetrov na vzdialenosti stoviek kilometrov (relatívna presnosť v jednotkách 0.01 ppm), dovoľuje odhaliť a kvantifikovať dlhodobé zmeny polohy pevne stabilizovaných geodetických bodov. V rámci medzinárodného Stredoeurópskeho geodynamického projektu (Central Europe Geodynamics Project - CERGOP) sa metódou GPS od roku 1994 monitorujú polohové zmeny viac ako 30 bodov v oblasti strednej Európy a Balkánu (Fejes a Sledzinski, 1998, Hefty a Gerháťová, 1998). Na základe opakovaných meraní regionálnej geodetickej siete siahajúcej od Baltu až po Stredomorie sa v období 1994 - 1999 získali výsledky, ktoré sú východiskom nových poznatkov o súčasných deformáciách stredoeurópskej časti Eurázijskeho tektonického bloku. Analýza súradníc regionálnej geodetickej siete CERGOP určených v rozličných epochách poskytuje možnosť odvodiť rýchlosti súčasných pohybov monitorovaných bodov.

Predmetom prvej časti príspevku je metóda odhadu rýchlostí z opakovaných meraní regionálnej siete a jej aplikácia na sieť CERGOP. Získané rýchlosti sa vzťahujú k bodom, na ktorých sa uskutočnili opakované merania. Veľkosť a smer odvodených rýchlostí pohybu monitorovaných bodov závisia od voľby referenčného súradnicového systému použitého pri spracovaní a transformáciách opakovaných meraní. Na lepšie pochopenie vzťahov a procesov prebiehajúcich v určitom regióne je vhodné preto pri interpretácii výsledkov použiť metódy deformačnej analýzy, ktoré vedú k veličinám invariantným k použitému súradnicovému systému. V druhej časti príspevku uvedieme základné informácie o metóde deformačnej analýzy.

---

Ing. Renata Galgonová, Doc. Ing. Ján Hefty, PhD, Katedra geodetických základov, Stavebná fakulta Slovenskej technickej univerzity, Radlinského 11, 813 68 Bratislava. E-mail: galgon@space.vm.stuba.sk, hefty@cvt.stuba.sk

Na lepšie pochopenie vzťahov a procesov prebiehajúcich v určitom regióne je vhodné preto pri interpretácii výsledkov použiť metódy deformačnej analýzy, ktoré vedú k veličinám invariantným k použitému súradnicovému systému. V druhej časti príspevku uvedieme základné informácie o metóde deformačnej analýzy.

Priestorové rozloženie monitorovaných bodov nie je rovnomerné, nakoľko rešpektuje možnosti ich výberu z hľadiska vhodnosti pre družicové observácie, možnosti vhodnej stabilizácie z geologického hľadiska, existujúcu infraštruktúru a v nemalej miere aj ekonomické obmedzenia. Využitie výsledkov pre geodynamiku, ako aj na modelovanie poľa deformácií však vyžaduje informácie o polohových zmenách aj v iných, ako bezprostredne monitorovaných bodoch. Tretia časť príspevku sa venuje metodike vyjadrenia rovnomerne rozloženého poľa rýchlostí na základe informácií z diskretných bodov, v ktorých sa uskutočňujú opakované merania. V poslednej časti uvedieme výsledky vychádzajúce z polohových zmien zadaných prostredníctvom rýchlostí avšak vyjadrených a zobrazených pomocou charakteristík poľa deformácií a tým nezávislých od použitého referenčného systému.

### **Odhad zmien polohy z opakovaných meraní metódou GPS**

Východiskom pre odhad rýchlostí pohybu sledovaných bodov na základe meraní GPS sú súbory aktuálnych súradníc geodetickej siete v epoche merania a ich kovariančné matice. Metodika spracovania regionálnej siete musí zabezpečiť milimetrovú vnútornú presnosť, čo sa dosiahne použitím presných efemeríd družíc získaných v rámci Medzinárodnej služby GPS (IGS Central Bureau, 2001) a postupom výpočtu zahrňujúcim spoľahlivé modelovanie systematických efektov, akými sú vplyvy troposféry a ionosféry, odhad ambiguit a štatisticky korektné modelovanie korelácií pri simultánných meraniach desiatkami prijímačov GPS. V súčasnosti sa na splnenie uvedených požiadaviek pri spracovaní regionálnych sietí GPS štandardne využíva softvér Univerzity v Berne BV4.2 (Hugentobler a kol.).

Metóda odhadu súradníc a rýchlostí monitorovaných bodov sa uvádza v prácach (Hefty, 1998 a Hefty, 2001), tu naznačíme len princíp a základné východiská. Nech  $\mathbf{y}_i$  je vektor geocentrických súradníc získaný na základe meraní GPS v epoche  $t_i$  a  $\Sigma_i$  je kovariančná matica epochovej geodetickej siete. Opakované merania siete GPS sa uskutočnili v  $N$  epochách  $t_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ). Do merania a spracovania epochovej siete sú začlenené okrem monitorovaných bodov aj referenčné body, ktorých rýchlosti sú s dostatočnou presnosťou známe z iných projektov alebo z globálnych sietí podieľajúcich sa na definícii medzinárodného referenčného rámca ITRF (Boucher a kol., 1999). Najspoľahlivejšie určené rýchlosti majú tzv. kolokačné stanoviská s dlhodobým (na niektorých bodoch viac ako 10-ročným) intervalom meraní viacerými, vzájomne nezávislými metódami kozmickej geodézie (Interferometria z veľmi dlhých základníc, Laserová lokácia družíc, GPS). Označme tieto rýchlosti ako  $\mathbf{v}$  a ich kovariančnú maticu ako  $\Sigma_{\mathbf{v}}$ . Potom základný model, ktorý spája výsledky epochových meraní s referenčnými rýchlosťami má tvar

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_N \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_N \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{S}_N \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{r}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_N \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_N \\ \boldsymbol{\varepsilon}_v \end{bmatrix} \quad (1)$$

kde parametrami sú:

- $\mathbf{x}$  súradnice epochových a referenčných bodov siete GPS vzťahnuté ku epoche  $t_1$ ,
- $\mathbf{r}_j$  transformačné parametre (translačné a rotačné) vzťahujúce referenčný rámec  $j$ -tej kampane ku referenčnému rámcu prvého merania siete ( $j=2, 3, \dots, N$ ),
- $\mathbf{u}$  rýchlosti epochových a referenčných bodov monitorovanej siete,
- $\boldsymbol{\varepsilon}_i$  vektor chýb súradníc siete v  $i$ -tej epoche,
- $\boldsymbol{\varepsilon}_v$  vektor chýb referenčných rýchlostí.

Matice plánu v (1) sú zložené zo submatic, ktoré sa vzťahujú k jednotlivým epochám merania siete GPS:

- $\mathbf{A}_i$  matica vzťahu medzi pozorovanými a odhadovanými súradnicami (koeficienty 0 alebo 1),
- $\mathbf{S}_j$  matica koeficientov pre transformáciu  $j$ -tej kampane do referenčného rámca 1. kampane,
- $\mathbf{B}_i$  matica vzťahu medzi pozorovanými súradnicami a odhadovanými rýchlosťami (koeficienty 0, alebo  $t_j - t_1$ ),
- $\mathbf{C}$  matica vzťahu medzi referenčnými a odhadovanými rýchlosťami súradnicami (koeficienty 0 alebo 1).

Pre kovariančnú maticu meraných hodnôt (súradníc epochových sietí a referenčných rýchlostí) platí

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathcal{G}_1 \cdot \boldsymbol{\Sigma}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{G}_2 \cdot \boldsymbol{\Sigma}_2 & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathcal{G}_N \cdot \boldsymbol{\Sigma}_N & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \boldsymbol{\Sigma}_v \end{bmatrix} \quad (2)$$

kde  $\mathcal{G}_i$  sú variančné koeficienty, ktoré mierkovo upravujú vzťah medzi kovariančnými maticami epochových sietí a kovariančnou maticou referenčných rýchlostí. Uvedený tvar kovariančnej matice zohľadňuje skutočnosť, že vnútorná presnosť epochových meraní nezodpovedá ich skutočnej presnosti. Variančné koeficienty prispôsobujú na základe miery vzájomnej zhody geometrie sledovanej siete v jednotlivých epochách presnosť epochových sietí presnosti referenčných rýchlostí. Vychádzame pritom z predpokladu, že kovariančná matica referenčných rýchlostí vyjadruje skutočnú presnosť, nakoľko rýchlosti sa získali kombináciou meraní rozličných metód kozmickej geodézie. O meraniach jednotlivých epoch kampaní GPS predpokladáme, že sú vzájomne nezávislé.

Všeobecnejší model z rozšíreným počtom parametrov sa uvádza v (Hefty, 2001). Odhadom parametrov modelu (1) a (2) sa získajú hodnoty súradníc  $\mathbf{x}$ , rýchlostí  $\mathbf{v}$ , transformačných parametrov  $\mathbf{r}$  a variančných koeficientov  $\mathcal{G}_i$ . Na riešenie sa používajú štandardné

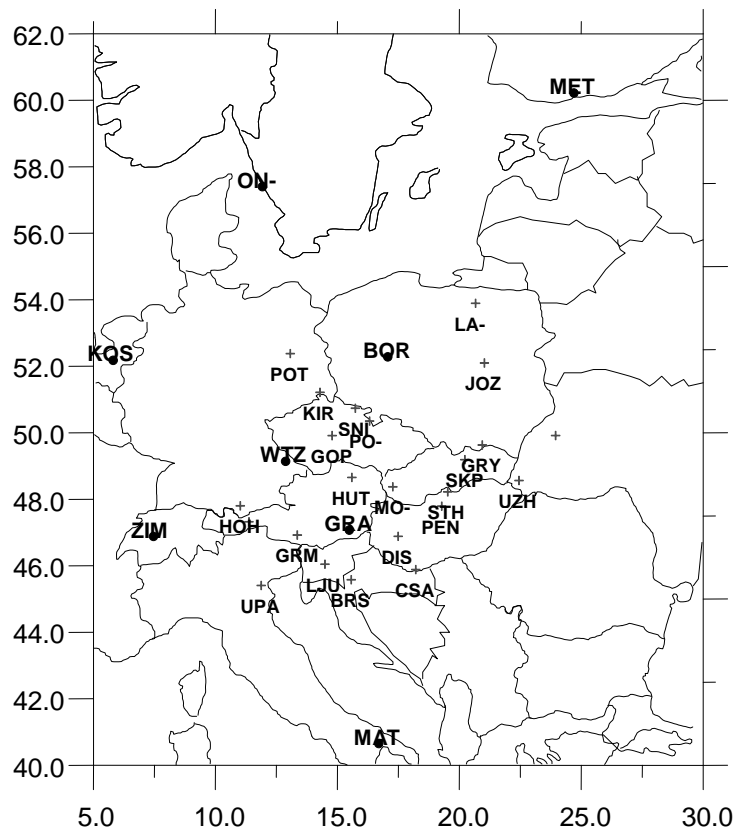
postupy uvedené napr. v (Kubáčková, 1990, Rao, 1978).

### Určenie rýchlostí monitorovaných bodov v rámci projektu CERGOP

Prvé meranie Stredoeurópskej geodynamickej siete sa uskutočnilo v roku 1994. Opakované merania v rámci projektu CERGOP sa uskutočnili v rokoch 1995, 1996 a 1997. V roku 1998 sa časť bodov siete CERGOP zmerala v rámci projektu EXTENDED SAGET. V roku 1999 sa uskutočnilo ďalšie meranie v nadväznosti na CERGOP v rozšírenej konfigurácii monitorovanej siete. Ako vstupné hodnoty do modelu spracovania (1) sme použili merania na 32 bodoch, ktoré spĺňajú podmienku, aby sa spracovávaný bod zúčastnil minimálne meraní v 4 epochách. Ich rozloženie je na obr. 1. V rámci uvedenej siete je zahrnutých aj 8 permanentných staníc IGS, ktorých rýchlosti v ITRF97 (Boucher a kol.) boli určené z kombinácie dvoch alebo troch nezávislých techník kozmickej geodézie. Ide o nasledovné stanice: Borowiec, Poľsko (BOR1), Graz, Rakúsko (GRAZ), Kootwijk, Holandsko (KOSG), Matera, Taliansko (MATE), Metsahovi, Fínsko (METS), Onsala, Švédsko (ONSA), Wettzell, Nemecko (WTZR) a Zimmerwald, Švajčiarsko (ZIMM). Ich rýchlosti a kovariančná matica sa použili ako referenčné hodnoty  $\mathbf{v}$  a  $\Sigma_v$  v modeli (1, 2).

Podrobnosti procesu výpočtov a numerické výsledky riešenia sa uvádzajú v (Hefty, 2001). Pre lepšiu názornosť sme transformovali vektory rýchlostí  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{u}$  vzťahnuté k trojrozmiernej súradnicovej sústave, ktorej osi sú rovnobežné s osami geocentrického referenčného systému na zložky rýchlostí v elipsoidickej šírke  $v_B$ , dĺžke  $v_L$ , a výške  $v_H$ , vzťahnuté k elipsoidu WGS 84.

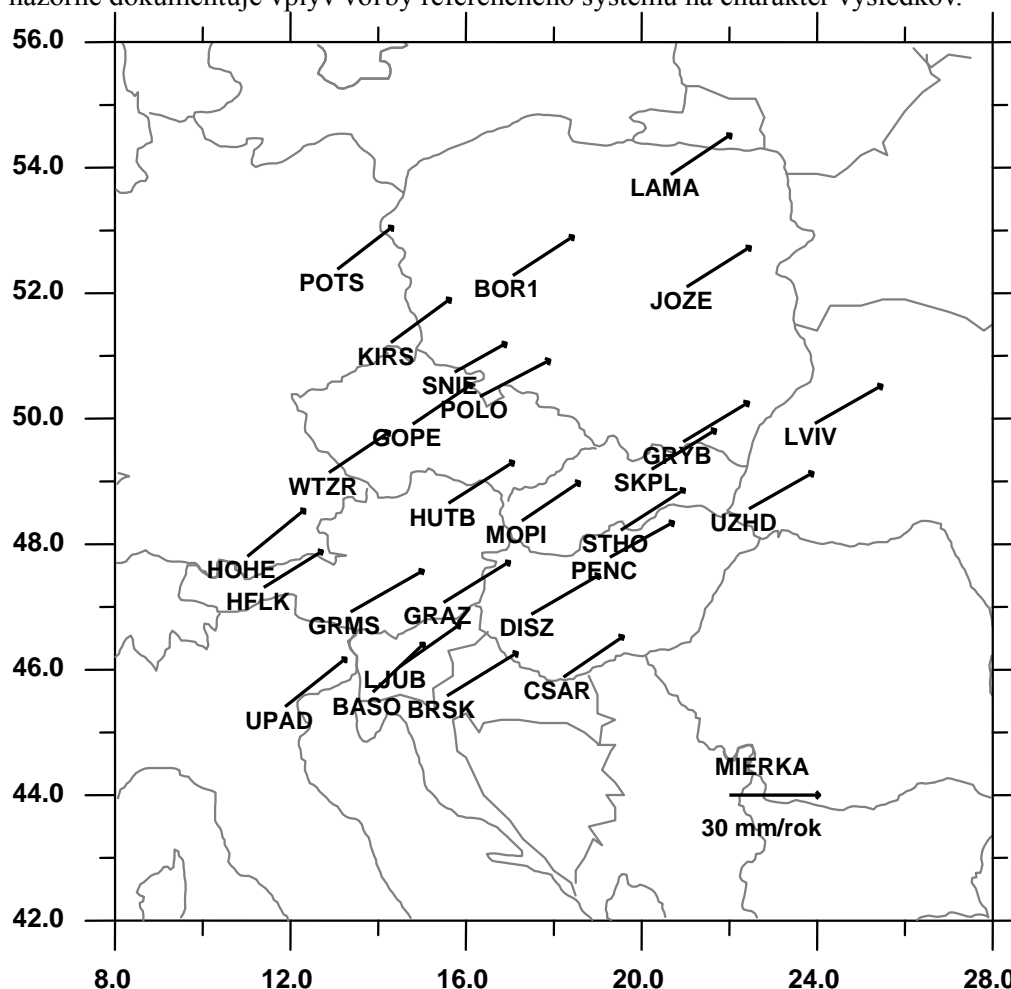
V tejto časti článku sa obmedzíme na grafické znázornenie horizontálnych zložiek rýchlostí  $v_B$ , a  $v_L$ . Na obr. 2 sú zobrazené zložky vektorov rýchlostí vzťahnuté k referenčnému rámcu ITRF97.



Obr. 1 Sieť bodov CERGOP použitých pri odhade rýchlostí z meraní v rokoch 1994-1999

- permanentné stanice IGS, ktorých rýchlosti sa použili ako referenčné,
- + monitorované body CERGOP

Všetky body vykazujú vzájomne podobný pohyb smerom na severovýchod, veľkosti asi 30 mm/rok. Tento všeobecný trend je v súlade s pohybom kontinentálnej európskej časti eurázijskeho tektonického bloku opísaného modelom NNR-NUVEL1A (McCarthy, 1996). Rozdiely v pohyboch jednotlivých bodov sú v uvedenej forme zobrazenia málo rozlíšiteľné. Preto je vhodnejšie vyjadriť vektory rýchlostí vo forme relatívnych hodnôt. Tieto sa získali modifikáciou odhadu v modeli (1) tak, že namiesto pôvodných absolútnych rýchlostí referenčných bodov IGS vzťahnutých k ITRF97 sa použili rýchlosti z ktorých sa eliminoval modelový globálny pohyb eurázijskej tektonickej platne. Výsledok riešenia s relatívnymi rýchlosťami je znázornený na obr. 3. Spolu s vektormi horizontálnych rýchlostí sú znázornené aj stredné elipsy chýb, ktoré poukazujú na to, že odvodené pohyby monitorovaných bodov sú vo väčšine prípadov významné. Porovnanie obr. 2 a 3 názorne dokumentuje vplyv voľby referenčného systému na charakter výsledkov.

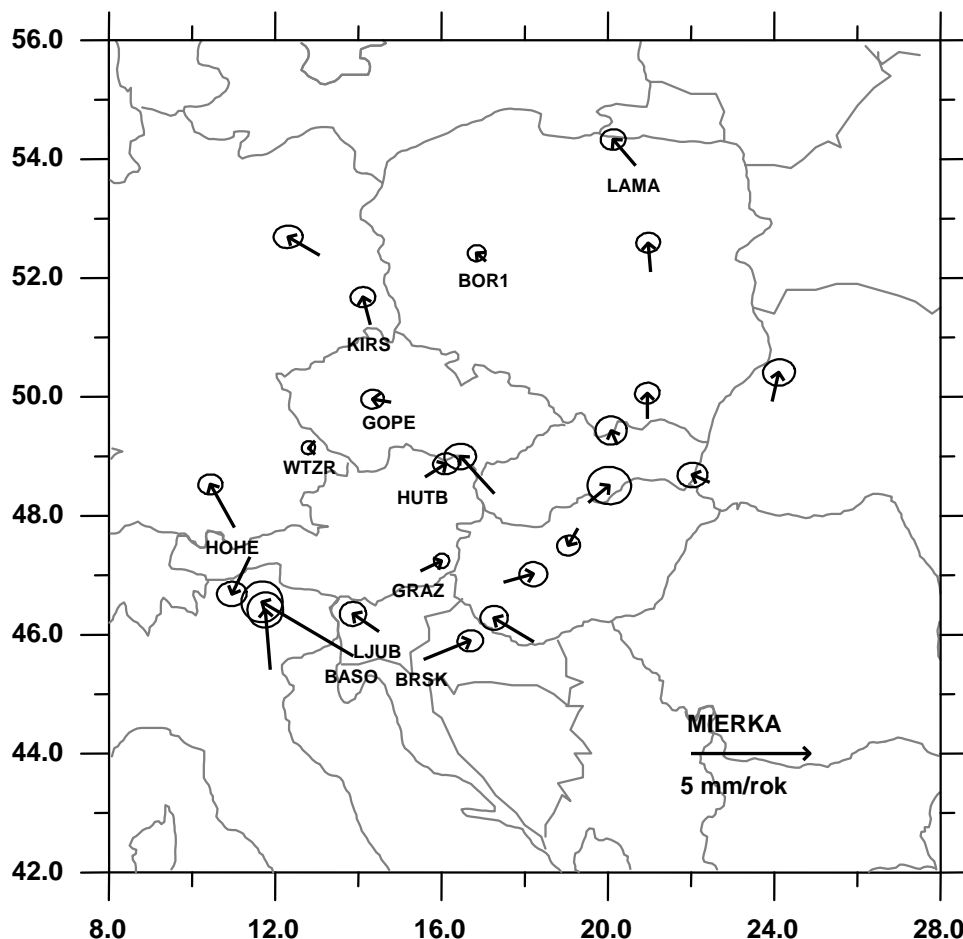


Obr. 2 Horizontálne rýchlosti bodov CERGOP vzťahnuté ku ITRF97

### Deformačná analýza zemského povrchu

*Poznámka: V nasledovnom označovaní budeme dodržiavať konvenciu tenzorového počtu: Ak je index označený arabským písmenom, znamená to, že nadobúda hodnoty 1, 2, 3, ak gréckym, nadobúda hodnoty 1, 2; výraz s čiarkou v dolnom indexe bude znamenať príslušnú deriváciu; index vo výraze vyskytujúci sa raz ako horný a raz ako dolný, znamená to, že cez daný index je potrebné vykonať sumáciu výrazu (Weiss, 1999).*

Uvažujme zemský povrch ako deformovateľnú plochu. Potom možno vyjadriť zmeny polohy bodov bodového poľa  $\{P\} \in F$ , kde  $F$  je daná plocha, pomocou súradníc v dvoch časových okamihoch  $t$  a  $\bar{t}$ . Na reprezentáciu bodového poľa zemského povrchu je výhodné využívať ako referenčnú plochu rotačný elipsoid. Na ňom sú definované trojrozmerné krivkové súradnice - geodetické súradnice  $q^\alpha = (u^\alpha, H)$ , kde  $u^\alpha$  sú povrchové sú



Obr. 3 Relatívne horizontálne rýchlosti bodov CERGOP a ich stredné elipsy chýb

radnice päty kolmice bodu  $P$  na referenčnom elipsoide ( $u^1 = L$  - geodetická dĺžka,

$u^2 = B$  - geodetická šírka) a  $H$  je elipsoidická výška bodu.

Bod  $P$  neležiaci vo všeobecnosti priamo na referenčnej ploche môžeme pomocou elipsoidických súradníc vyjadriť nasledovne:

$$q^a(u^\alpha) = [L, B, H(L, B)]^a. \quad (3)$$

Vnorením do trojrozmerného euklidovského priestoru je v kartéziánskom súradnicovom systéme bod  $P$  vyjadrený ako (Heitz, 1988):

$$y_i(L, B, H) = \left( \left( \frac{c}{V} + H \right) \cdot \cos B \cdot \cos L, \left( \frac{c}{V} + H \right) \cdot \cos B \cdot \sin L, \left( \frac{b}{V} + H \right) \cdot \sin B \right),$$

$$\text{kde } c = \frac{a^2}{b}, \quad V = \sqrt{1 + e''^2 \cdot \cos^2 B}, \quad e'' = \frac{a^2 - b^2}{b^2}, \quad (4)$$

pričom  $a$  je dĺžka hlavnej a  $b$  dĺžka vedľajšej polosi elipsoidu.

Podľa (Budinský a Kepr, 1970) môžeme metriku danej plochy (alebo súradnicovej sústavy) vyjadriť pomocou metrického tenzora. Pre metrický tenzor geodetických súradníc (Altiner, 1999):

$$g_{ab} = (R_1 + H)^2 \cdot \cos^2 B \cdot \delta_a^1 \cdot \delta_b^1 + (R_2 + H)^2 \cdot \delta_a^2 \cdot \delta_b^2 + \delta_a^3 \cdot \delta_b^3, \quad (5)$$

kde  $R_1 = \frac{c}{V}$ , resp.  $R_2 = \frac{c}{V^3}$ , je priečný, resp. meridiánový polomer krivosti (Vykuřil,

1981) a  $\delta_\gamma^\alpha$  je Kroneckerov symbol delta.

Metódami deformačnej analýzy zemského povrchu sa zaoberá (Altiner, 1999). V nasledovnom stručne uvedieme základné princípy. Nech  $g_{ab}$  je metrický tenzor deformovateľnej plochy v časovom okamihu  $t$  a  $\bar{g}_{ab}$  metrický tenzor v časovom okamihu  $\bar{t}$ . Pre tenzor deformácie potom platí:

$$D_{ab} = \frac{(\bar{g}_{ab} - g_{ab})}{2} = D_{ba}. \quad (6)$$

Keď považujeme body zemského povrchu za dvojrozmerné bodové pole  $\{P\} \in F$ , kde  $F$  je všeobecná deformovateľná plocha, v izoparametrickom vyjadrení pomocou geodetických súradníc predstavujú súradnice  $u^\alpha$  polohu bodu  $P$  v obidvoch časových okamihoch  $t$  a  $\bar{t}$ . Ak  $f_{\alpha\beta}$ ,  $\bar{f}_{\alpha\beta}$  sú metrické tenzory plochy v časových okamihoch  $t$ ,  $\bar{t}$ , ktoré získame transformáciou metrických tenzorov geodetických súradníc  $g_{ab}$ ,  $\bar{g}_{ab}$ , pre tenzor deformácie plochy platí:

$$D_{\alpha\beta} = \frac{(\bar{f}_{\alpha\beta} - f_{\alpha\beta})}{2} = D_{\alpha\beta}. \quad (7)$$

Pre metrické tenzory z definície (Budinský a Kepr, 1970) vyplýva:

$$f_{\alpha\beta} = x_{i,\alpha} \cdot x_{i,\beta}, \quad \bar{f}_{\alpha\beta} = \bar{x}_{i,\alpha} \cdot \bar{x}_{i,\beta} \quad (8)$$

kde  $x_i(u^\alpha)$  a  $\bar{x}_i(u^\alpha)$  sú rovnice plochy v karteziánskom súradnicovom systéme v časových okamihoch  $t$  a  $\bar{t}$ .

Potom platí vzťah:

$$\bar{f}_{\alpha\beta} = f_{\alpha\beta} + x_{i,\alpha} \cdot z_{i,\beta} + x_{i,\beta} \cdot z_{i,\alpha} + z_{i,\alpha} \cdot z_{i,\beta}, \quad (9)$$

kde

$$z_i(q^\alpha) = \bar{x}_i(q^\alpha) - x_i(q^\alpha). \quad (10)$$

V konkrétnej aplikácii, kde uvažujeme rozdiel časových okamihov  $\bar{t}$  a  $t$  1 rok, pod rozdielom súradníc rozumieme zložky ročných rýchlostí v šírke  $v_B$ , dĺžke  $v_L$ , a výške  $v_H$ . Tieto sa získali transformáciou odhadnutých rýchlostí  $\mathbf{u}$  z riešenia modelu (1).

Tensor deformácie môžeme vyjadriť ako:

$$D_{ab} = \frac{x_{i,a} \cdot z_{i,b} + x_{i,b} \cdot z_{i,a} + z_{i,a} \cdot z_{i,b}}{2} = \varepsilon_{\alpha\beta} + \frac{z_{i,\alpha} \cdot z_{i,\beta}}{2}, \quad (11)$$

kde  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  je lineárny tensor deformácie (Altiner, 1999).

Pre relatívne malé posuny bodov  $z_i(q^\alpha)$  môžeme nahradiť tensor deformácie lineárnym tenzorom deformácie:

$$D_{\alpha\beta} \approx \varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{x_{i,\alpha} \cdot z_{i,\beta} + x_{i,\beta} \cdot z_{i,\alpha}}{2}. \quad (12)$$

Na základe tenzora deformácie môžeme vyjadriť vnútorné parametre deformácie plochy (Altiner, 1999):

$$\text{lineárne predĺženie} \quad q = \frac{d\bar{s} - ds}{ds} = \varepsilon_{\alpha\beta} \cdot r^\alpha \cdot r^\beta \quad (13)$$

$$\text{miera deformácie} \quad m = 1 + q \quad (14)$$

$$\text{dilatácia plochy} \quad \bar{q} = f^{\alpha\beta} \cdot \varepsilon_{\alpha\beta}. \quad (15)$$

Hlavné deformačné smery, ktoré sú navzájom na seba kolmé, získame nasledovne

$$r_{(\eta)}^1 = \frac{(1, v_{(\eta)})^\alpha}{|(1, v_{(\eta)})^\beta|}, \text{ kde } |(1, v_{(\eta)})^\beta|^2 = f_{\alpha\beta} (1, v_{(\eta)})^\alpha \cdot (1, v_{(\eta)})^\beta, \quad (16)$$

pričom hodnoty  $v_{(\eta)}$  vypočítame ako korene kvadratickej rovnice  $a_0 \cdot v^2 + a_1 \cdot v + a_2 = 0$ , ktorej koeficienty sú:  $a_0 = \varepsilon_{12} \cdot f_{22} - \varepsilon_{22} \cdot f_{12}$ ,  $a_1 = \varepsilon_{11} \cdot f_{22} - \varepsilon_{22} \cdot f_{11}$ ,  $a_2 = \varepsilon_{11} \cdot f_{12} - \varepsilon_{12} \cdot f_{11}$ .



V elipsoidických súradniciach  $u^\alpha = (L, B)$  môžeme body v čase  $t$  a  $\bar{t}$  vyjadriť nasledovne

$$q^a(u^\alpha) = [L, B, H(u^\alpha)]^a, \quad \bar{q}^a(u^\alpha) = [\bar{L}, \bar{B}, \bar{H}(u^\alpha)]^a. \quad (17)$$

Pre zmeny súradníc potom platí

$$z^a(u^\alpha) = \bar{q}^a(u^\alpha) - q^a(u^\alpha). \quad (18)$$

(V tomto prípade uvažujeme rozdiel časových okamihov  $\bar{t}$  a  $t$  1 rok, a teda zmeny elipsoidických súradníc reprezentujú zložky ročných rýchlostí  $v_L, v_B, v_H$ .)

Lineárny tenzor deformácie podľa (Altiner, 1999) vyjadríme ako

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{[q_{,\alpha}^c \cdot (z_{,\beta}^d + \Gamma_{ef}^d \cdot q_{,\beta}^e \cdot z^f) + q_{,\beta}^c \cdot (z_{,\alpha}^d + \Gamma_{ef}^d \cdot q_{,\alpha}^e \cdot z^f)] \cdot g_{cd}}{2}. \quad (19)$$

$\Gamma_{ef}^d$  sú Christoffelove symboly pre elipsoidické súradnice a  $g_{ab}$  metrický tenzor.

Na základe takto vypočítaného lineárneho tenzora deformácie následne možno vypočítať deformačné parametre, ktoré popisujú pole deformácií nezávisle od voľby súradnicového systému.

### Modelovanie poľa deformácií zemskej kôry

Pri určovaní súradníc a rýchlostí monitorovaných staníc získavame diskkrétne údaje, ktoré predstavujú len elementy spojitaj plochy – zemskeho povrchu. Ak chceme modelovať pole deformácií, je potrebné vyjadriť súradnice a ich zmeny v čase (relatívne rýchlosti) pomocou analytických funkcií, ktoré by mali byť spojite diferencovateľné podľa  $u^\alpha$  v celej interpolačnej oblasti a zároveň by mali mať lineárny priebeh medzi susednými monitorovanými stanicami. Uvedená metodika teda predpokladá, že rýchlosti sa v danej oblasti menia spojite. Tento predpoklad nemusí byť vo všeobecnosti splnený, komplexné riešenie vyžaduje doplňujúce informácie o tektonickej štruktúre, čo bude predmetom ďalšieho štúdia.

Na modelovanie poľa deformácií je možné použiť niekoľko interpolačných metód ako napríklad interpolácia pomocou polynómov alebo splajnov. V konkrétnej aplikácii sme zvolili metódu lineárnej interpolácie v elipsoidických trojuholníkoch pravidelnej siete s rovnoramennými trojuholníkmi so základňou  $1^\circ$  v súradnici  $L$  a výškou  $0,5^\circ$  v súradnici  $B$ . Geodetické výšky vrcholov trojuholníkov boli určené pomocou interpolovaných stredných výšok (Geodätischen Dienste, 1979) a výšok geoidu nad elipsoidom vygenerovaných pomocou modelu EGM96. Na interpoláciu hodnôt relatívnych rýchlostí v smere súradníc  $L, B$  a  $H$  sme použili metódu „near neighbour“ (Wessel a Smith, 2001) s rozdelením na štyri sektory, kde hodnota relatívnej rýchlosti v zvolenom bode je určovaná ako vážený aritmetický priemer zo štyroch bodov – najbližších daných bodov každého sektoru. Pokiaľ sa v niektorom zo štyroch sektorov nenachádzal žiaden bod so známymi hodnotami, parametre deformácie v takomto bode neboli určované. Váhy sú vypočítavané v závislosti od vzdialenosti  $r$  zvoleného bodu od daného bodu zo vzťahu:

$$p = \frac{1}{1 + 9r^2}. \quad (20)$$

Skúmanú oblasť teda rozdelíme na nepretínajúce sa trojuholníky, vo vrcholoch ktorých sú určené hodnoty relatívnych rýchlostí. Na modelovanie poľa deformácií vyjadríme výšky ako aj rýchlosti v jednotlivých trojuholníkoch pomocou lineárnej interpolácie (Heitz, 1980):

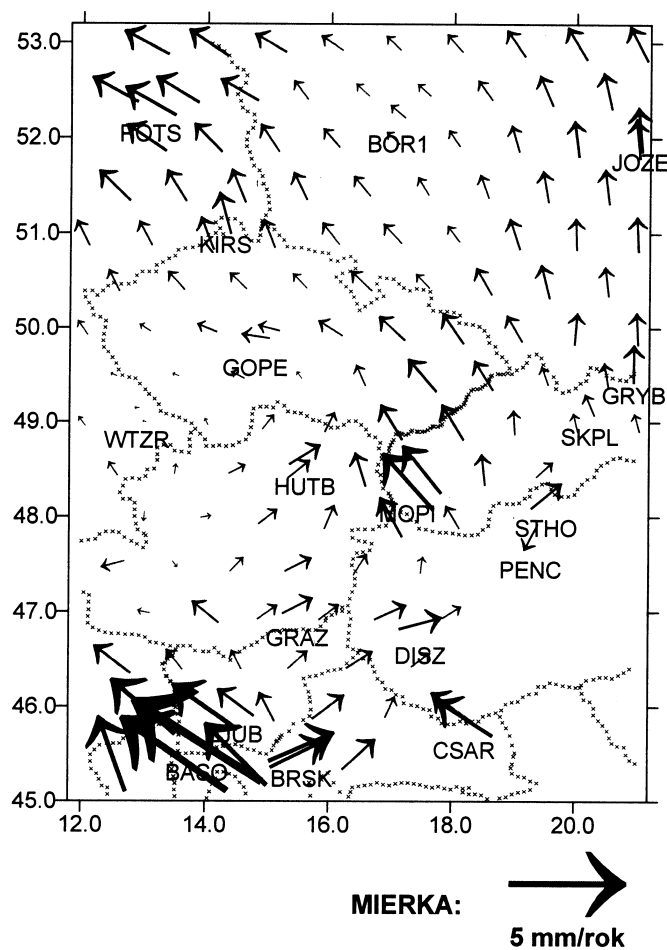
$$\hat{H}(u^\alpha) = c + c_\alpha u^\alpha, \quad \hat{z}^a(u^\alpha) = c^a + c_\alpha^a u^\alpha, \quad (21)$$

kde  $c$ ,  $c_\alpha$  a  $c^a$ ,  $c_\alpha^a$  sú koeficienty, ktoré vypočítame prostredníctvom podmienkových rovníc vo vrcholoch trojuholníka:

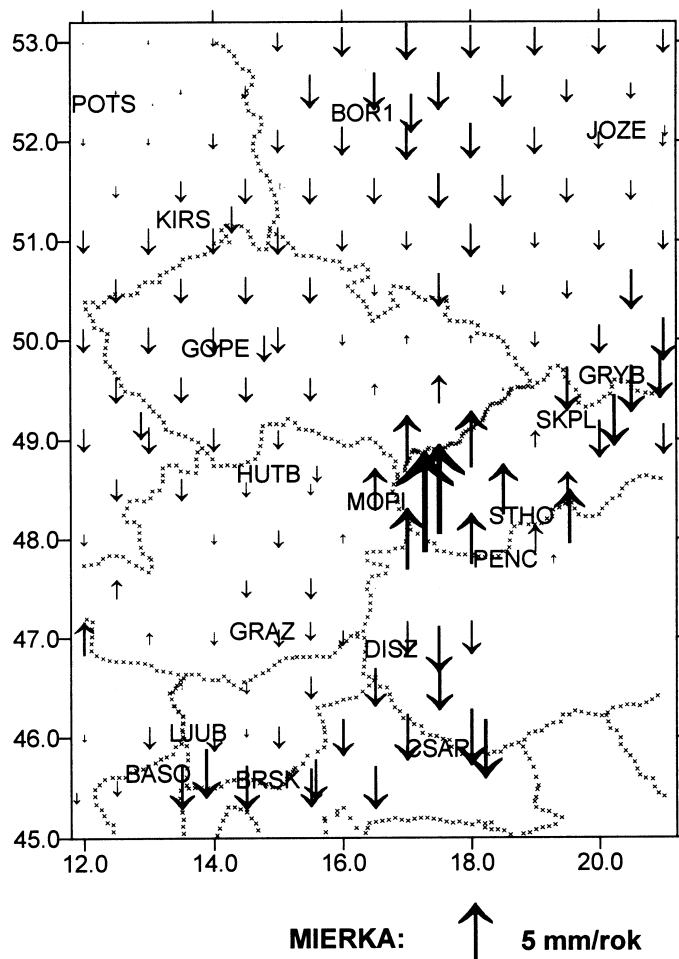
$$H_q = c + c_\alpha (u^\alpha)_q, \quad z^a = c^a + c_\alpha^a (u^\alpha)_q. \quad (22)$$

### Zobrazenie poľa rýchlostí a poľa deformácií

Na určenie deformačných parametrov sme využili súradnice a relatívne rýchlosti 29 bodov projektu CERGOP v ITRF97, ktoré boli pretransformované do systému geodetických súradníc (obr. 3). Pole rýchlostí získané na základe interpolácie je znázornené pomocou horizontálnych vektorov rýchlostí na obr. 4 a vertikálnych vektorov rýchlostí na obr. 5.



Obr. 4 Zobrazenie rovnomerne rozloženého poľa horizontálnych rýchlostí



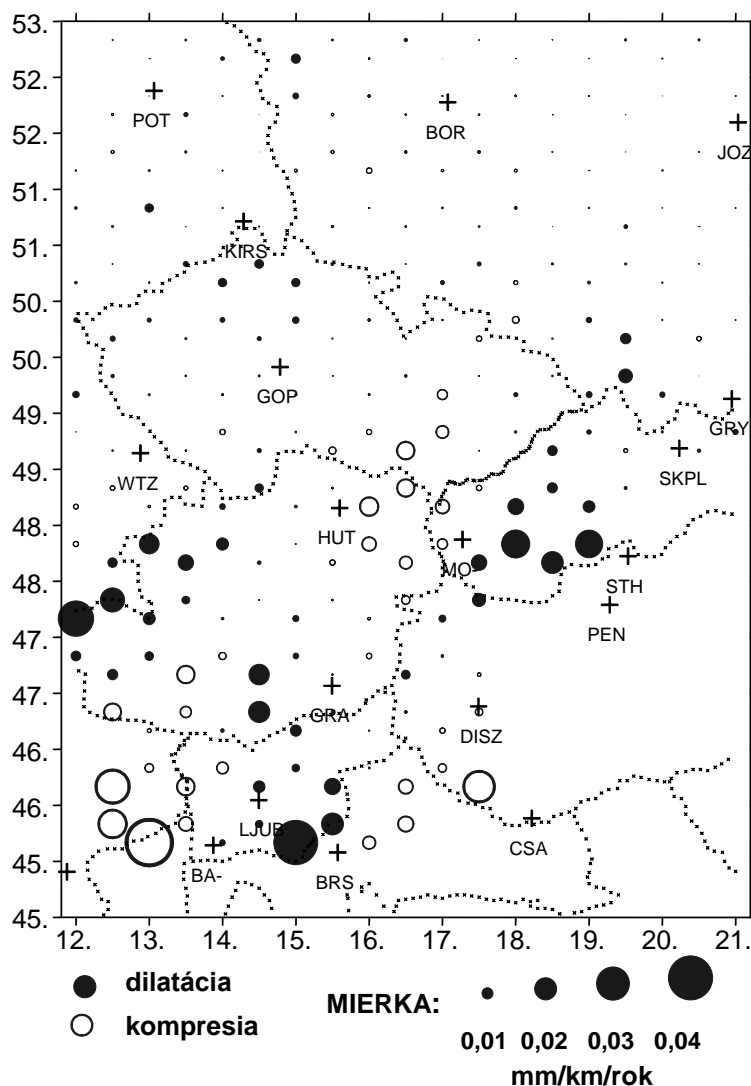
Obr. 5 Zobrazenie rovnomerne rozloženého poľa vertikálnych rýchlostí

Hlavné vnútorné parametre deformácie - dilatácia (kompresia) a lineárne predĺženie (stiahnutie) sú zobrazené na obr. 6 a 7. Hodnoty dilatácie v bodoch, ktoré sú približne ťažiskami elipsoidických trojuholníkov pravidelnej siete sú znázornené na obr. 6. Obr. 7 znázorňuje smery a veľkosti maximálnych hodnôt lineárneho predĺženia (stiahnutia). Kvôli názornejšiemu znázorneniu poľa deformácií je v ňom zároveň zobrazená dilatácia pomocou izočiar.

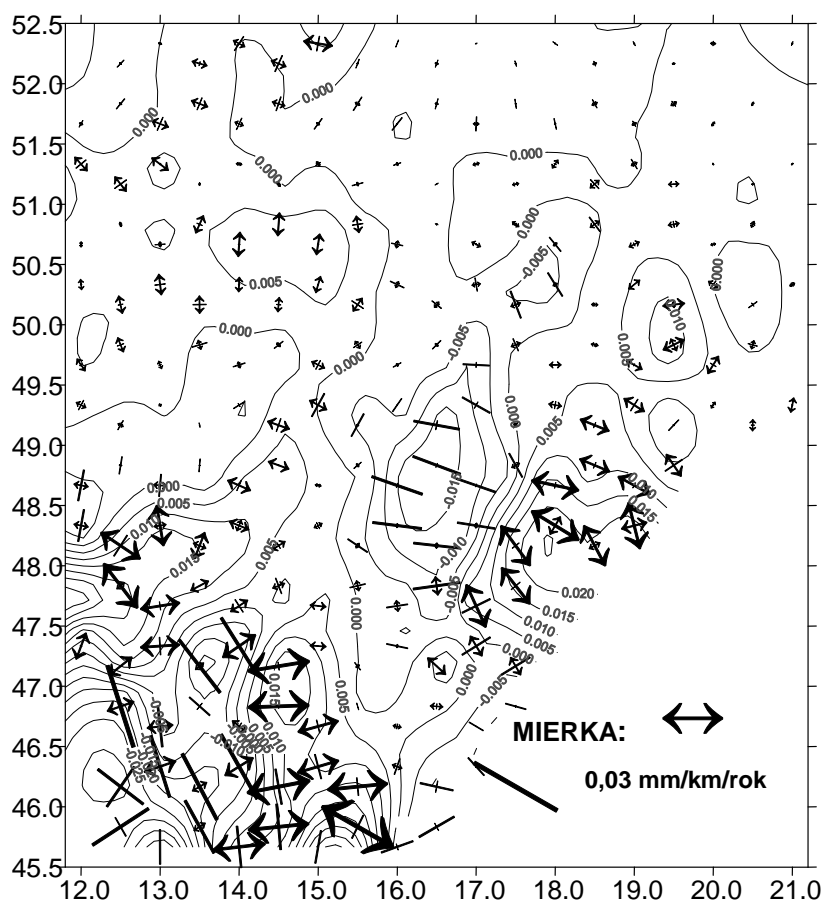
### Záver

Proces analýzy a interpretácie opakovaných meraní GPS v regionálnych sieťach pozostáva z niekoľkých etáp. V článku sme sa venovali využitiu projektu CERGOP na odhad rýchlostí pohybu monitorovaných bodov a výpočet a zobrazenie deformačných parametrov. Uvedené veličiny odrážajú súčasné pohyby zemského povrchu ako prejavu geodynamických procesov v stredoeurópskej časti eurázijskeho tektonického bloku.

Rýchlosti odvodené z meraní CERGOP, vzťahnuté k ITRF97 boli východiskom pre deformačnú analýzu a následné zobrazenie poľa rýchlostí a poľa deformácií v regióne strednej Európy. Získané výsledky poukazujú na to, že sledovaná oblasť nie je z hľadiska geodynamiky homogénna. Vyskytujú sa tu regióny bez význačných deformácií (Česká Republika, Poľsko, Maďarsko), oblasti charakteristické dilatáciou až do 0.04 mm/km/rok (Slovensko, Slovinsko a časť Rakúska), ako aj oblasti kompresie až do 0.04 mm/km/rok (sever Talianska). Uvedené poznatky majú predbežný charakter a ich potvrdenie, prípadne spresnenie umožnia až ďalšie epochy merania sledovaných bodov a zhustenie monitovanej siete.



Obr. 7 Zobrazenie poľa deformácií zemskej kôry – lineárne predĺženie (označené šípkami) a lineárne stiahnutie (označené úsečkami)



Obr. 7 Zobrazenie poľa deformácií zemskej kôry – lineárne predĺženie (označené šípkami) a lineárne stiahnutie (označené úsečkami)

*Pod'akovanie:* Táto práca vznikla pri riešení grantového projektu VEGA 1/8252/01. Autori oceňujú finančnú podporu udelenú tomuto projektu.

### Literatúra

- ALTINER, Ľ. (1999) Analytical Surface Deformation Theory for Detection of the Earth's Crust Movments. Berlin, Springer – Verlag Berlin Heidelberg.
- BOUCHER C., ALTAMIMI Z., SILLARD P. (1999) The 1997 International Terrestrial Reference Frame (ITRF97). IERS Technical Note 27. Paris, Observatoire de Paris.
- BUDINSKÝ, B. - KEPR, B. (1970) Základy diferenciální geometrie s technickými aplikacemi. Praha, SNTL. 343 s.
- FEJES, I., SLEDZINSKI, J. (1998) The Central Europe Geodynamics Project (CERGOP) Main Achievements 1995-1998. Proceedings of the 9<sup>th</sup> CEI CERGOP Working Conference, Wettzell, Germany, 5-7 May 1998. Reports on Geodesy 10 (40). s. 9-30.
- GEODÄTISCHEN DIENSTE DER SOZIALISTISCHEN LANDER. (1979) Atlas von Karten mit mittleren Geländehohen für die Lander Europas und ein Teil von Asien und Afrika
- HEFTY, J. (1998) Estimate of Site Velocities from CEGRN GPS Campaigns Referred to CERGOP Reference Frame. Reports on Geodesy 9 (39),.s. 67-79.

- HEFTY, J. (2001) Possibilities of Improving the Velocity Estimates from CERGOP Campaigns. Prednesené na XXVI Valnom zhromaždení Európskej geofyzikálnej spoločnosti, Nice, Francúzsko, 26. - 30. 3. 2001. Reports on Geodesy (v tlači).
- HEFTY, J. - GERHÁTOVÁ, L. (1998) Central Europe Geodynamics Project and its Significance for Geodynamical Studies in Slovakia. Slovak Journal of Civil Engineering, 1-2/IV. s. 13-25.
- HEITZ, S. (1988) Coordinates in Geodesy. New York, Springer – Verlag Berlin Heidelberg.
- HEITZ, S. (1980) Mechanik fester Körper Mit Anwendungen in Geodäsie, Geophysik und Astronomie. Bonn, Ferd. Dümmlers Verlag.
- HUGENTOBLE, U. - SCHAER, S. - FRIDEZ, P. (2001): Bernese GPS Software Version 4.2. Berne, Astronomical Institute, University of Berne, 2001. 515 s.
- IGS Central Bureau (2001) International GPS Service, Information and Resources. Pasadena, CA, Jet Propulsion Laboratory. (K dispozícii aj na adrese <http://igsceb.jpl.nasa.gov>)
- KUBÁČKOVÁ, L. (1990) Metódy spracovania experimentálnych údajov. Bratislava, Veda, 324 s.
- MCCARTHY, D (1996) IERS Conventions (1996). IERS Technical Note 21. Central Bureau of IERS, Observatoire de Paris, Paris. 95 s.
- RAO, R. C. (1978) Lineární metody statistické indukce a jejich aplikace. Praha, Academia, 666 s.
- VYKUTIL, J. (1981) Vyšší geodézie. Praha, Kartografie.
- WEISS, J.: (1999) Kurz tenzorovej analýzy. nepublikované.
- WESSEL, P. – SMITH, W. H. F. (2001) GMT – The Generic Mapping Tools. <http://gmt.soest.hawaii.edu>

## S u m m a r y

### Deformation Field of the Earth's Crust on the Basis of Results of the Central Europe Geodynamics Project

The Global Positioning System (GPS) technology applied in geodesy enables to determine relative positions on Earth's surface with millimetre accuracy. The repeated GPS observations of the well monumented reference points within the epoch campaigns enable to monitor slight changes of position of these points on the Earth's surface. The GPS network of the Central Europe Geodynamics Project (CERGOP) comprising more than 30 points (Fig. 1) was observed regularly from 1994 to 1999. The paper deals with method of processing and interpretation of observed data with the aim to extract the information about the ongoing geodynamic processes in the region of Central Europe.

The method of estimation the positions and velocities on the basis of the yearly performed epoch campaigns lasting 5-10 days is outlined by eqs. (1)-(2). The obtained velocities, which refer to the International Terrestrial Reference Frame 1997, reflect the common movement of the whole Central Europe region about 30 mm/year towards north-east (Fig. 2). Relative velocities in Fig. 3 showing the intraplate movements are of order up to 5 mm/year. The figures show that the representation of horizontal components of recent crustal movements using the velocities is dependent on the choice of reference frame.

To obtain the representation independent of the reference we introduce the deformation analysis of Earth's surface using the tensor calculus. Eqs. (3)-(19) show the basic formulae applied for derivation of deformation parameters like linear elongation, deformation and surface dilatation expressed in ellipsoidal coordinate system. This type of representation requires regularly distributed points with known velocities. The method of transferring the unevenly distributed velocities to the regular triangle network is outlined by eqs. (20)-(22). Figs. 4 and 5 show regularly distributed velocity field and Figs. 6 and 7 the examples of deformation characteristic obtained from CERGOP velocities.

Fig.1 The CERGOP network with sites used for velocity estimation from observations in 1994-1999. The permanent IGS stations are marked with bullet.

Fig. 2 Horizontal velocities referred to the ITRF97.

Fig. 3 Relative horizontal velocities of CERGOP sites and their standard ellipses.

Fig. 4 Representation of regularly distributed relative horizontal velocities.

Fig. 5 Representation of regularly distributed vertical velocities.

Fig. 6 Deformations of Earth's crust — surface dilatation and compression.

Fig. 7 Deformations of Earth's crust — linear elongation and contraction.

**Lektoroval:**  
**Doc. Ing. Marcel Mojzeš, PhD.,**  
**Katedra geodetických základov,**  
**Stavebná fakulta STU, Bratislava**