Marián JENČO

VYHĽADÁVANIE PREDĹŽENÝCH NAKLONENÝCH OBJEKTOV METÓDOU MORFOLOGICKEJ SEGMENTÁCIE SVAHU

Jenčo, M.: The morphological slope segmentation method used for the determination of inclined and elongated objects. Kartografické listy 2010, 18, 7 figs., 8 refs.

Abstract: In general, breaklines define interruptions in surface smoothness. The breakline information must be available prior to the surface reconstruction or modelling. This paper deals with the extraction of terrain edges and inclined and aligned features such as segments of constructed objects. Some structural lines on the interpolated smooth surfaces are analogous to breaklines. As the boundaries of each morphological object are formed by structural lines, an inclined and elongated object is incorporated between two structural lines as a set of points with minimal and maximal profile curvature. In case of smooth surface, the two zero isolines of the normal change of profile curvature connect these points and enclose the finding segment of zero isoline of normal change of the gradient (edge line).

Keywords: terrain reconstruction, breakline, morphometric variables, profile curvature, elevation points

Úvod

Plocha reprezentujúca reálny terén je veľmi nepravidelná. V niektorých miestach má terén hladký priebeh, na iných miestach je táto hladkosť narušená. Narušenie hladkého priebehu terénu môžeme takmer vždy považovať buď za jeho poruchu alebo miesto vsadenia umelého objektu. Línie narušenie hladkého priebehu terénu sú preto predmetom topografického mapovania.

Spolu s rozvojom nových techník merania terénu a jeho počítačového modelovania prostredníctvom DTM narastá aj potreba automatickej identifikácie týchto línií. Bez poznania ich priebehu nie je možné dôsledne rekonštruovať terén z výškových bodových polí. Identifikácia línií prerušenia hladkého priebehu prírodného reliéfu, vrátane prerušenia jeho spojitosti je dôležitá pri určovaní hraníc rôznych typov špecifických objektov (päty budov, okraje komunikácií, päty hrádzi, terénne hrany, atď.) nerozpoznateľných priamo pri aplikácii nových metód získavania týchto výškových bodových polí.

1. Použité metódy

Hranice jednotlivých objektov majú dôležitú úlohu aj pri digitálnom spracovaní obrazu. Tieto hranice sú považované za hrany v rámci obrazu (edge), ktoré sú tvorené bodmi, v ktorých dochádza k prudkej zmene jasu obrazu. V týchto bodoch veľkosť gradientu funkcie obrazu dosahuje lokálne maximum (Canny, 1986). Na základe tohoto predpokladu T. Lindeberg (1994) definoval podmienky pre výskyt hrán obrazu. V bode (x_o , y_o) dvojdimenzionálneho obrazu zaveď me lokálnu súradnicovú sústavu (u, v) takú, že os v je rovnobežná so smerom gradientu v bode (x_o , y_o) a os u je kolmá na smer gradientu.

Vzťah medzi smerovými deriváciami v lokálnom súradnicovom systéme (u, v) a karteziánskou súradnicovou sústavou (x, y) môžeme vyjadriť pomocou rovníc

RNDr. Marián JENČO, PhD., Univerzita Komenského v Bratislave, Prírodovedecká fakulta, Katedra fyzickej geografie a geoekológie, Mlynská dolina, 842 15 Bratislava, e-mail: jenco@fns.uniba.sk

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \sin \alpha \frac{\partial f}{\partial x} - \cos \alpha \frac{\partial f}{\partial y}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial v} = \cos \alpha \frac{\partial f}{\partial x} + \sin \alpha \frac{\partial f}{\partial y}.$$

Keďže vektor gradientu je orientovaný proti smeru spádu, t.j. v smere normály n k izočiare výšky, uhol α v rovniciach (1) definujú smerové kosínusy jej jednotkového vektora n, pričom platí

$$\cos \alpha = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}n} = \frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}}, \quad \cos \beta = \sin \alpha = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}n} = \frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}}.$$
(2)

Vzťah medzi parciálnou deriváciou druhého rádu funkcie obrazu v smere osi v v lokálnej súradnicovej sústave (u, v) a v karteziánskej súradnicovej sústave (x, y) môžeme vyjadriť rovnicou

$$\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} , \qquad (3)$$

pričom na základe rovníc (1) a smerových kosínusov (2) platí

$$\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2. \tag{4}$$

Rovnicu (3) môžeme pomocou rovnice (4) upraviť na nasledujúci tvar

$$\frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}}{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}.$$
(5)

Pravá strana tejto rovnice je, až na opačné znamienko, identická s pravou stranou rovnice (12) v práci Minár (1999), ktorá definuje intenzitu zmeny veľkosti gradientu v smere normály k vrstevnici:

$$G_n = \frac{\partial G}{\partial n} = \frac{\partial \left(\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\right)}{\partial n} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}.$$
(6)

Podľa práce Lindeberg (1998) v lokálnej súradnicovej sústave (u, v) pre hrany obrazu platia nasledujúce podmienky:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = 0 , \qquad (7)$$

$$\frac{\partial^3 f}{\partial \nu^3} < 0.$$
(8)

Ak geomorfometrická veličina $G_n = 0$, potom je splnená podmienka (7). Podľa práce Jenčo et al. (2009) $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$, teda podmienka (7) je splnená i v prípade nulovej normálovej krivosti $(K_N)_n$ v smere normály k vrstevnici a nulovej zmeny sklonu S_n v tom istom smere. Nulové izočiary všetkých troch uvádzaných geomorfometrických veličín prechádzajú na spádniciach bodmi s extrémnou hodnotou veľkosti gradientu G alebo uhla sklonu S. Podľa práce Krcho (1973) regulárne body, ktorými prechádzajú nulové izočiary normálovej krivosti $(K_N)_n$ sú viazané na inflexné body spádnic. To znamená, že aj nulové izočiary geomorfometrickej veličiny G_n alebo S_n prechádzajú inflexnými bodmi spádnic.

Na rozdiel od hrán digitálneho obrazu línie prerušenia hladkého priebehu terénu, vrátane prerušenia jeho spojitosti (breakline¹), teda zlomové línie nemusia byť vždy totožné s priebehom maxím gradientu G alebo uhla sklonu S, to znamená, že nemusia prechádzať inflexnými bodmi spádnic rekonštruovaného povrchu. Platí to napr. pri pätách a okrajoch korún sypaných hrádzi alebo násypov.

Zachovanie vlastnosti jednoznačnosti výškových bodových polí neumožňuje k jednému bodu priradiť dvojicu výšok. Preto pre určenie kolmých plôch (stien) potrebujeme doplnkové informácie. Takými môžu byť práve hrany obrazu, teda čiary prechádzajúce inflexnými bodmi spádnic rekonštruovaného povrchu. Na druhej strane prirodzený vývoj svahu vždy smeruje k rôznym zmenám sklonu, a tým aj k zložitosti priebehu jeho priečneho profilu. Výskyt inflexných bodov spádnic s maximálnou hodnotou veľkosti gradientu *G* alebo uhla sklonu *S* preto nie je zárukou narušenia hladkého priebehu svahu.



Obr. 1 Priebeh nulových izočiar parametra G_n a nulových izočiar parametra G_{nn}

Rozhodnúť o tom, ktoré línie spájajúce inflexné body spádnic s maximálnou hodnotou gradientu G alebo uhla sklonu S môžeme alebo nemôžeme považovať za línie, ktoré indikujú prerušenie hladkého priebehu reliéfu nie je možné bez poznania priebehu ďalších štruktúrnych línií.

Hranice morfologických objektov sú tvorené štruktúrnymi líniami (Brzank et al, 2008). V prípade interpolovaného povrchu získaného z výškového bodového poľa takými líniami môžu byť nulové izočiary geomorfometrických veličín G_{nn} z práce Minár (1999) a geomorfometrických veličín $(K_N)_{nn}$ a S_{nn} z prác Jenčo (1992/93) a Jenčo et al. (2009). Na priečnom profile ľubovoľného svahu s meniacimi sa krivosťami, medzi dvoma susednými inflexnými bodmi, leží vždy bod s lokálnou extrémnou hodnotou krivosti profilu. Morfologicky je preto možné každý svah rozdeliť na úseky ohraničené bodom s lokálnou extrémnou hodnotou krivosti profilu. Takáto segmentácia svahu rozdelí svah na konkávne časti (nárast sklonu s klesajúcou výškou) alebo konvexné časti (nárast sklonu s rastúcou výškou) s narastajúcou alebo klesajúcou normálovej krivosti (K_N)_n (obr. 3).

¹ Termín "breakline" nemá v odbornej literatúre jednoznačný význam. Používa sa na označovanie línií topografického povrchu, v ktorých dochádza k prechodu medzi konvexnosťou a konkávnosťou v smere gradientu alebo línií, v ktorých dochádza k narušeniu hladkosti a spojitosti. Najvšeobecnejšie sa tento termín chápe ako miesto, kde dochádza k výraznejším zmenám morfologických vlastností topografického povrchu (vrátane priebehu údolnic a chrbátnic), teda všetkých tých línií, ktorých poznanie je nevyhnutnou podmienkou pre kontrolovanú tvorbu topológie trojuholníkových sietí.



Obr. 2 Priebeh nulových izočiar parametra S_n a nulových izočiar parametra S_{nn}



Obr. 3 Priebeh nulových izočiar normálovej krivosti $(K_N)_n$ a nulových izočiar parametra $(K_N)_{nn}$

Nulové izočiary geomorfometrických veličín G_{nn} , $(K_N)_{nn}$ a S_{nn} prechádzajú na spádniciach bodmi s extrémnymi hodnotami ich materských geomorfometrických veličín G_n , $(K_N)_n$ a S_n . Izočiara $G_{nn} = 0$ prechádza v rámci úsekov spádnic určených susednými inflexnými bodmi miestami s extrémnou hodnotou zmeny výškového gradientu G_n (obr. 1). Izočiara $(K_N)_{nn} = 0$ prechádza v rámci úsekov spádnic určených susednými inflexnými bodmi miestami s extrémnou hodnotou normálovej krivosti $(K_N)_n$ (obr. 3) a izočiara $S_{nn} = 0$ prechádza miestami s extrémnou hodnotou zmeny sklonu S_n (obr. 2). Hodnotu intenzity zmeny sklonu S_n dostaneme po vynásobení normálovej krivosti $(K_N)_n$ obrátenou hodnotou cosínusu uhla sklonu S. To znamená, že na rozdiel od normálovej krivosti $(K_N)_n$ zmena uhla sklonu S_n nevyjadruje zakrivenie spádnice, napriek tomu sa pri menších sklonoch, priebeh jej izočiar nebude veľmi odchyľovať od priebehu izočiar normálovej krivosti $(K_N)_n$, čo dobre vidieť pri porovnaní obr. 2 a obr. 3.

Izočiary $G_{nn} = 0$, $(K_N)_{nn} = 0$ a $S_{nn} = 0$ sú východiskom pre nahradenie podmienky (8) používanej pri digitálnom spracovaní obrazu. Z uvedeného vyplýva, že nulové izočiary zmeny $(K_N)_{nn}$ normálovej krivosti $(K_N)_n$ v smere normály k vrstevnici, v tom istom smere, podobne ako izočiary $G_{nn} = 0$ a $S_{nn} = 0$ prebiehajú bodmi na reliéfe v tých oblastiach, v ktorých dochádza k zmene sklonu svahu (obr. 4). Čím výraznejšia je táto zmena, tým bližší je priebeh týchto nulových izočiar.

Ak vzdialenosť Dx medzi izočiarou $(K_N)_{nn} = 0$ prechádzajúcou v miestach päty svahu (body s maximálnou normálovou krivosťou $(K_N)_n$) a izočiarou $(K_N)_{nn} = 0$ prechádzajúcou v miestach prechodu svahu do vrcholovej plošiny (miesta s minimálnou, t.j. zápornou normálovou krivosťou $(K_N)_n$) je konštantná pri strmšom svahu sa zväčší rozdiel výšok medzi pätou svahu a vrcholovou plošinou (obr. 5). Naopak, čím je konštantný výškový segment svahu strmší, tým je kratšia vzdialenosť medzi obidvomi izočiarami, pričom v prípade reálne existujúcej kolmej steny sa táto vzdialenosť redukuje až na vzdialenosť susedných uzlov použitého gridu alebo strán trojuholníkov použitej trojuholníkovej siete.



Obr. 4 Priebeh nulových izočiar parametra G_{nn} , S_{nn} a $(K_N)_{nn}$

Medzi izočiarou $(K_N)_{nn} = 0$ prechádzajúcou bodmi s maximálnou normálovou krivosťou $(K_N)_n$ a izočiarou $(K_N)_{nn} = 0$ prechádzajúcou bodmi s minimálnou normálovou krivosťou $(K_N)_n$ vždy prebieha izočiara $(K_N)_n = 0$. Keďže to isté platí i v prípade nulových izočiar geomorfometrických veličín G_{nn} a S_{nn} a $(K_N)_n = G_n = S_n = 0$ medzi dvojicami týchto izočiar vždy prebieha nulová izočiara $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$. V prípade veľmi tesného zovretia izočiary $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$ dvojicami nulových izočiar geomorfometrických veličín G_{nn} , $(K_N)_{nn}$ a S_{nn} je možné takmer s úplnou určitosťou predpokladať, že ide o poruchu alebo umelý objekt.



Obr. 5 Priebeh nulových izočiar parametra $(K_N)_n$ a $(K_N)_{nn}$

Na základe uvedeného môžeme podmienky (7) a (8) napísať ako podmienky

$$G_n = (K_N)_n = S_n = 0,$$
 (9)

$$G_{nn} < 0 \lor (K_N)_{nn} < 0 \lor S_{nn} < 0 .$$
⁽¹⁰⁾

Výskyt záporných hodnôt geomorfometrických veličín G_{nn} , $(K_N)_{nn}$ a S_{nn} v rámci oblasti, ktorou prechádza izočiara $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$, je nevyhnutnou, avšak nie dostačujúcou podmienkou toho, že v oblasti dochádza k narušeniu hladkosti prírodného reliéfu.

Z predpokladanej jednoznačnosti podmienky (9) a podmienok (10) vyplýva, že bodmi dotyku alebo prieniku nulových izočiar geomorfometrických veličín G_{nn} , $(K_N)_{nn}$ a S_{nn} musí prechádzať i izočiara $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$.

Ako už bolo uvedené, v prípade kolmých stien je možné presne definovať vzdialenosť medzi nulovými izočiarami G_{nn} , $(K_N)_{nn}$ a S_{nn} uzatvárajúcimi izočiaru $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$. V prípade umelých, naklonených a zarovnaných svahov je potrebné určiť dodatočné podmienky. V prípade re-

prezentatívnych bodových výškových polí² by takouto podmienkou, platiacou v zadefinovaných okoliach na oboch stranách izočiary $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$, mohla byť podmienka priemernej normálovej krivosti $(K_N)_n$ blízka nulovej hodnote (obr. 6). Použitie normálovej krivosti $(K_N)_n$ má aj tú výhodu, že na rozdiel od výšok sa dá rovnako dobre uplatniť jak pri horizontálnych tak aj pri naklonených zarovnaných povrchoch.



Obr. 6 Priebeh izočiar normálovej krivosti $(K_N)_n$ a nulových izočiar parametra $(K_N)_{nn}$

Pri nereprezentatívnych výškových bodových poliach i napriek zvyšovaniu hustoty bodov, napr. v prípade neusporiadaného mračna bodov získaného leteckým laserovým skenovaním je táto podmienka nedostačujúca. Už pri malých chybách merania sa pri zarovnaných alebo rovnomerne zakrivených povrchoch môže objaviť veľké množstvo bodov ležiacich nad alebo pod úrovňou týchto povrchov a tak aplikovaná interpolačná metóda môže tieto povrchy zmeniť na veľmi zvlnené povrchy. Normálová krivosti (K_N)_n potom môže v jednotlivých bodoch nadobúdať kladné aj záporné hodnoty, ktoré odhliadnuc od ich veľkosti navzájom znižujú celkovú priemernú odchýlku od nulovej hodnoty v obidvoch prípadoch. Pri týchto bodových poliach sa uvádzané podmienky dajú uplatniť až po ich nahradení sekundárnym bodovým poľom vygenerovaným z vyhladeného aproximačného povrchu.

2. Diskusia

Na obr. 7b) sú identifikované línie prerušenia hladkého priebehu reliéfu na základe priebehu štruktúrnych línií v skalárnom poli výšok získanom metódou RST (regularizovaný splajn s tenziou) z primárneho diskrétneho bodového poľa z obr. 7a).

Keďže priebeh nulových izočiar parametrov G_{nn} , $(K_N)_{nn}$ a S_{nn} vykazuje v rámci testovaného územia minimálne vzájomné odchýlky (na rozdiel od priebehu týchto izočiar na obr. 4), technicky nie je možné identifikovať potenciálne línie narušenie hladkého priebehu reliéfu na základe blízkeho priebehu týchto izočiar. Túto podmienku je nutné nahradiť inou, menej elegantnou podmienkou, na základe ktorej je možné rozhodnúť o tom, ktoré úseky nulových izočiar parametra G_{nn} alebo S_{nn} alebo intenzity zmeny $(K_N)_{nn}$ normálovej krivosti $(K_N)_n$ v smere normály k vrstevnici sú zároveň líniami prerušenie hladkého priebehu reliéfu. Takýmito podmienkami môžu byť stanovené medzné hodnoty normálovej krivosti $(K_N)_n$.

² Reprezentatívne výškové bodové polia sú také diskrétne bodové polia, na základe ktorých aplikáciou vhodnej interpolačnej metódy je možné definovať topografickú plochu, ktorou na zvolenej rozlišovacej úrovni môžeme nahradiť reálny terén.



Obr. 7 Testované výškové bodové pole a z neho získané vrstevnicové pole (a) a identifikované svahy násypov na základe priebehu nulových izočiar parametra $(K_N)_{nn}$ a vybraných hodnôt normálovej krivosti $(K_N)_n$ (b)

V prípade svahov hrádzi alebo násypov s podstatne menším sklonom ako 45° môžeme uvažovať už o hodnotách $(K_N)_n > 0,005$ a $(K_N)_n < -0,005$, ktoré boli použité na identifikáciu svahov s priemerným sklonom 15° na obr. 7b). V prípade svahov s väčším sklonom ako 45° môžeme na základe obr. 6 uvažovať o hodnotách $(K_N)_n > 0,05$ a $(K_N)_n < -0,05$. Pri identifikácii terénnych hrán alebo stien budov je potrebné určiť podstatne väčšiu absolútnu hodnotu medzných normálových krivostí.

Ak nulová izočiara, napr. intenzity zmeny $(K_N)_{nn}$ normálovej krivosti $(K_N)_n$ v smere normály k vrstevnici prechádza cez areál vymedzený jednou z dvoch určených limitných hodnôt normálovej krivosti $(K_N)_n$, daný úsek tejto izočiary môžeme považovať za potenciálnu líniu prerušenia hladkého priebehu reliéfu. Za skutočnú ju budeme považovať vtedy ak pokračujúce úseky spádnic

prechádzajúcich bodmi tejto línie budú ležať v oblastiach s hodnotami $(K_N)_{nn} < 0$ a zároveň budú ukončené bodmi, ktorými znovu prechádza nulová izočiara intenzity zmeny $(K_N)_{nn}$, ktorá zároveň prechádza oblasťou vymedzenou druhou limitnou hodnotou normálovej krivosti $(K_N)_n$. V prípade hrádzi a násypov budeme za päty ich naklonených svahov a okraje ich korún považovať obidva úseky nulových izočiar intenzity zmeny $(K_N)_{nn}$ spĺňajúce uvedené podmienky. V prípade terénnej hrany (ale aj steny budovy) za zlomovú líniu môžeme považovať úsek nulovej izočiary normálovej krivosti $(K_N)_n$ zovretý obidvoma úsekmi nulových izočiar intenzity zmeny $(K_N)_{nn}$ normálovej krivosti $(K_N)_n$.

Stanovenie medzných hodnôt normálovej krivosti $(K_N)_n$ samozrejme musí vychádzať z charakteru reliéfu testovanej oblasti. Čím menej bude zakrivený prírodný reliéf v oblasti rekonštrukcie, tým menej bude touto metódou identifikovaných falošných umelých naklonených svahov. Kvôli odstráneniu výskytu svahov falošných hrádzi alebo násypov ale i falošných terénnych hrán je vhodné určiť minimálnu dĺžku hľadaných línií. Podmieňuje to však vznik rizika vynechania línií narušenia v oblastiach, kde kvôli malému nereprezentatívnemu areálu vstupného bodového poľa hodnoty normálových krivostí $(K_N)_n$ nedosiahnu stanovené medzné hodnoty, čo je dobre vidieť na pravom oblúku päty svahu spájajúceho obidva násypy v rámci testovanej oblasti.

Záver

Poruchy georeliéfu alebo existencia umelých objektov sa často prejavujú náhlymi zmenami v zakrivení interpolovaného povrchu získaného z výškového bodového poľa. Nulové izočiary intenzity zmeny $(K_N)_{nn}$ normálovej krivosti $(K_N)_n$ v smere normály k vrstevnici v tom istom smere prechádzajú na spádniciach bodmi s extrémnymi hodnotami normálovej krivosti $(K_N)_n$. Táto ich vlastnosť môže byť využitá pri identifikácii náhlych zmien v zakrivení povrchu. V kombinácii s ďalšími podmienkami, napr. medznými hodnotami normálovej krivosti $(K_N)_n$ môžeme nielen určiť priebeh línií, v ktorých dochádza k týmto zmenám, ale môžeme sa pokúsiť aj o typizáciu nimi ohraničených objektov.

Tento príspevok vznikol vďaka podpore v rámci OP Výskum a vývoj pre projekt: Centrum pre rozvoj sídelnej infraštruktúry znalostnej ekonomiky, ITMS 26240120002, spolufinancovaný zo zdrojov Európskeho fondu regionálneho rozvoja (100 %).

Literatúra

- BRZANK, A., HEIPKE, C., GOEPFERT, J., SOERGEL, U. (2008). Aspect of generating precise digital terrain models in the Wadden Sea from lidar-water classification and structure line extraction. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 63, s. 510-528.
- CANNY, J. (1986). A computational approach to edge detection. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8, 16, s. 679-698.
- JENČO, M. (1992/93). The morphometric analysis of georelief in terms of a theoretical conception of the complex digital model of georelief. Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comeniane, Geographica, 33, s. 133-153.
- JENČO, M., PACINA, J., SHARY, P.A. (2009). Terrain skeleton and local morphometric variables: geosciences and computer vision technique. In Hořák et al. ed. Advances in Geoinformation Technologies 2009. Ostrava (VŠB-TU), s. 57-76.
- KRCHO, J. (1973). Morphometric analysis of relief on the basis of geometric aspect of field theory. Acta geographica Universitatis Comenianae, Geographico-Physica, 1, s. 7–233.
- LINDEBERG, T. (1994). Scale-space theory: a basic tool for analysing structures at different scales. *Journal* of Applied Statistics, 21, 2, s. 224-270.
- LINDEBERG, T. (1998). Edge detection and ridge detection with automatic scale selection. *International Journal of Computer Vision*, 30, 2, s. 117-154.
- MINÁR, J. (1999). Morfometrická analýza polí a jej využitie v geoekológii. *Geografický časopis*, 51, 3, s. 261-277.

Summary

The morphological slope segmentation method used for the determination of inclined and elongated objects

Boundaries between objects are important for the digital image processing. In a digital image they are defined as a set of edge points where the image brightness changes abruptly, or, more formally, has discontinuities. The edges of the image are a set of points with the local maximum of the gradient magnitude *G*. Based on this assumption Lindeberg (1994, 1998) defined conditions for the digital image edges. For this, at any point (x_0 , y_0) in the two-dimensional image, the local coordinate system (u, v) is to be introduced where the v-axis is parallel to the gradient direction at the point (x_0 , y_0) and the u-axis is perpendicular to this direction. In the coordinate system (u, v), the conditions (7) and (8) are valid for edges.

We can modify the Equation (3) by the Equations (1) and (2) into the form (5) or (6). Equation (6) determines the normal change of the gradient G_n . G_n is the land morphometric variable (LMV) introduced in geomorphometry (with the opposite sign) by Minár (1999).

If the condition (7) is valid, then LMV $G_n = 0$. According to Jenčo et al. (2009), $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$. LMV $(K_N)_n$ is the profile curvature and LMV S_n is the normal change of the slope. The edge line path, i. e. a segment of zero isoline $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$, is constrained to the inflexion points of the terrain slope curves (profile curves in case of swung surfaces) (Fig. 1, 2 and 3).

In contrast to the edge in a digital image, the breakline (interruptions in terrain smoothness) must not be constrained to the inflexion point of the slope curve (the point with maximal gradient *G* and slope angle *S*), e.g. the breakline connecting points of toes in a dike slope. So, another structural lines determination is necessary. The point at the slope curve with the extremal value of the profile curvature $(K_N)_n$ lies between the singular and inflexion point or between two inflexion points. The slope curve is therefore divided to concave and convex segments with increased or decreased values of the profile curvature $(K_N)_n$.

The inclined and elongated object should be incorporated between the two lines connecting points with minimal and maximal profile curvature $(K_N)_n$. Zero isolines of the normal change of profile curvature $(K_N)_n$ connect points with extremal profile curvature $(K_N)_n$. In case of smooth surface, the edge line must always be drawn between zero isoline of the normal change of profile curvature $(K_N)_n$, which connects points with minimal profile curvature $(K_N)_n$. The same is valid for zero isolines $G_{nn} = 0$ and zero isoline of a normal change of the gradient (Minár, 1999) and S_{nn} is the normal change of the slope (Jenčo, 1992/93).

Isolines $(K_N)_{nn} = 0$, similar to isolines $G_{nn} = 0$ and $S_{nn} = 0$, connect points on a surface in the area with extreme slope changes. The more is the slope change, the denser pathlines (Fig. 4). In the area with the isoline $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$, LMVs G_{nn} and $(K_N)_{nn}$ or S_{nn} are negative.

Based on these assumptions, we can transform conditions (7) and (8) used in the digital image processing into the corresponding conditions (9) and (10).

In case of walls, we can strictly define the distance between paths of the isolines $G_{nn} = 0$, $(K_N)_{nn} = 0$ and $S_{nn} = 0$, that enclose the finding segment of the isoline $G_n = (K_N)_n = S_n = 0$. In case of elongated, inclined and aligned surfaces, the detected segments of isolines $G_{nn} = 0$, $(K_N)_{nn} = 0$ or $S_{nn} = 0$ pass through areas with given values of profile curvature $(K_N)_n$ (for the tested terrain $(K_N)_n > 0,005$ and $(K_N)_n < -0,005$, Fig. 7b)).

- Fig. 1 Graph and zero isolines of a normal change of the gradient G_n and zero isolines of the normal change of a normal change of the gradient G_{nn}
- Fig. 2 Graph and zero isolines of a normal change of the slope S_n and zero isolines of the normal change of a normal change of the slope S_{nn}
- Fig. 3 Graph and zero isolines of the profile curvature (K_N) and zero isolines of the normal change of the profile curvature $(K_N)_{nn}$
- Fig. 4 Zero isolines of LMVs G_{nn} , S_{nn} and $(K_N)_{nn}$
- Fig. 5 Zero isolines of LMV $(K_N)_n$ and $(K_N)_{nn}$
- Fig. 6 Isolines of LMV $(K_N)_n$ and zero isolines of LMV $(K_N)_{nn}$
- Fig. 7a) Tested elevation points and interpolated contours (RST method) 7b) Detected dike slopes

Recenzoval:

Prof. RNDr. Jozef KRCHO, DrSc., Univerzita Komenského v Bratislave, Prírodovedecká fakulta, Bratislava