

ROZŠÍRENIE ZOBRAZOVACÍCH ROVNÍC MERCATOROVHO TRANSVERZÁLNEHO VALCOVÉHO ZOBRAZENIA

Daniel SZATMÁRI, Margita VAJSÁBLOVÁ

Extension of the map equations of the Mercator transverse cylindrical projection

Abstract: The Mercator transverse cylindrical projection is applied in geodetic coordinate system UTM (Universal transverse Mercator). The aim of this paper is to perform a complete analysis of distortion and modify the formulas for the projection to achieve lower angular distortion on the edges of the standard meridian bands (with difference of longitude 6°) and non-standard meridian bands (with difference of longitude 9°). The scale distortion is many times larger for the extended non-standard meridian band despite of the modified formulas of the projection. As shown in our analysis it is possible to reduce the angular distortion by using the modified formulas of the projection, hence in light of projection of extended meridian band we recommend the using the modified map equations of the Mercator transverse cylindrical projection.

Keywords: coordinate system, distortion, Universal transverse Mercator (UTM)

Úvod

Mercatorovo transverzálne valcové zobrazenie sa používa v geodetickom súradnicovom systéme Universal transverse Mercator (UTM) pri tvorbe vojenských máp štátov NATO, a tiež v civilnom rezorte viacerých štátov Európskej únie (napr. Španielsko, Veľká Británia), ako aj v USA. Vzhľadom na delenie referenčného elipsoidu na šesťstupňové pásy sa územie Slovenska nachádza na dvoch poludníkových pásoch 33 a 34, ktorých osové poludníky majú elipsoidické dĺžky 15° a 21° . V dôsledku skreslení sa môžu vyskytovať problémy s napájaním údajov z oboch poludníkových pásov v mieste spoločného poludníka s dĺžkou 18° . Ako sa ukázalo (Vajsáblova, 2011), rozšírením poludníkového pásu narastá násobne dĺžkové skreslenie, a tiež uhlové skreslenie, ktoré je dôsledkom aproximačného tvaru zobrazovacích rovníc. V tomto článku sme vykonali úpravu zobrazovacích rovníc UTM za účelom dosiahnutia vyššej konformity na okrajoch štandardného šesťstupňového, ako aj rozšíreného deväťstupňového poludníkového pásu. V závere článku uvádzame analýzu skreslení zobrazenia bodov referenčného elipsoidu GRS 80, pri použití rozšírených zobrazovacích rovníc a porovnanie so skresleniami pri použití rovníc štandardných.

1. Charakteristika Mercatorovho transverzálneho valcového zobrazenia

Mercatorovo transverzálne zobrazenie je modifikáciou Gaussovo-Krügerovho zobrazenia. Ich spoločnou charakteristikou je, že referenčný elipsoid je zobrazený konformne na valcovú plochu v transverzálnej polohe. V prípade Mercatorovho transverzálneho valcového zobrazenia sú body elipsoidu zobrazené na sečný valec, modul dĺžkového skreslenia základného poludníka je $m_0 = 0,9996$. Valcové zobrazenie v systéme UTM je aplikované pre body s elipsoidickou šírkou od 80° južnej do 84° severnej šírky. Územia v oblasti pólův sú zobrazené v stereografickom azimutálnom zobrazení nazývanom Universal polar stereographic projection. Osi pravouhlej súradnicovej sústavy obrazu príslušného poludníkového pásu v systéme UTM sú označované ako N (North) a E (East) (obr. 1). Výpočet pravouhlých rovinných súradníc N, E z elipsoidických súradníc φ , λ (λ je použitá v relatívnej hodnote od základného poludníka príslušného 6-stupňového pásu) vyjadrujeme (Srňka, 1986):

$$N = m_0 \left(S_p + N \sin \varphi \cos \varphi \frac{\lambda^2}{2} + N \sin \varphi \cos^3 \varphi (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \frac{\lambda^4}{24} \right),$$

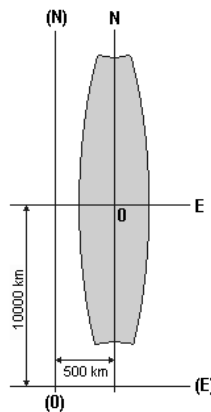
$$E = m_0 \left(N \cos \varphi \lambda + N \cos^3 \varphi (1 - t^2 + \eta^2) \frac{\lambda^3}{6} + N \cos^5 \varphi (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2) \frac{\lambda^5}{120} \right),$$
(1)

kde S_p je dĺžka oblúka základného poludníka prislúchajúca elipsoidickej šírke φ , N je priečny polomer krivosti elipsoidu a konštanty t , η určíme z hodnoty φ a druhej excentricity e' príslušného elipsoidu:

$$\eta = e' \cos \varphi, \quad t = \operatorname{tg} \varphi.$$
(2)

V jednotnom súradnicovom systéme UTM je použité posunutie súradnicových osí, a to os N je posunutá o 500 km na západ a os E je posunutá o 10 000 km na juh (obr. 1). Výsledné rovinné pravouhlé súradnice (N) a (E) obrazu bodu sú potom:

$$\begin{aligned} (N) &= 10\,000 \text{ km} + N, \\ (E) &= 500 \text{ km} + E. \end{aligned}$$
(3)



Obr. 1 Pravouhlá súradnicová sústava v UTM

Dĺžku S_p oblúka poludníka od bodu na rovníku k bodu s elipsoidickou šírkou φ vypočítame zo vzťahu:

$$S_p = A\varphi - B\sin(2\varphi) + C\sin(4\varphi) - D\sin(6\varphi) + E\sin(8\varphi) - F\sin(10\varphi).$$
(4)

Hodnoty koeficientov A až F sú uvedené v tab. 1, vzťahy na ich výpočet z parametrov elipsoidu sú uvedené v (Pick, 1998). Hodnota koeficientu A je uvedená v tab. 1 ako A_r , keď je vo vzťahu (4) násobený hodnotou uhla φ v radiánoch a A° , keď je uhol φ v stupňoch. Hodnoty koeficientov A až F (vrátane A° , resp. A_r) sú uvedené v metroch.

Tab. 1 Hodnoty koeficientov na výpočet dĺžky S_p oblúka poludníka

Kof.	Elipsoid			
	Besselov	Krasovského	GRS 80	Hayfordov
A_r	6366742,520000000	6367558,497000000	6367449,146000000	6367654,500000000
A	111120,620000000	111134,861100000	111132,953000000	111136,536600000
B	15988,638400000	16036,480270000	16038,508660000	16107,034700000
C	16,729954000	16,828066700	16,832613150	16,976211000
D	0,021784800	0,021975270	0,021984374	0,022265900
E	0,000030800	0,000031100	0,000031140	0,000031700
F	0,000000044	0,000000045	0,000000045	0,000000046

Mercatorovo transverzálne valcové zobrazenie je považované za konformné. Z tejto podmienky boli odvodené zobrazovacie rovnice, a to použitím členov Taylorovho rozvoja, ktorých počet je prispôbený praktickej aplikácii pre určitú šírku poludníkového pásu. Zobrazovacie rovnice (1) boli formulované pre zobrazenie bodov s elipsoidickou dĺžkou, ktorej rozdiel od základného poludníka je do $\pm 3^\circ$. Za predpokladu konformnosti sa na určenie modulu dĺžkového skreslenia v Mercatorovom transverzálnom valcovom zobrazení vychádzajúceho z elipsoidických súradníc φ a λ používa vzťah:

$$m = m_0 \left(1 + \cos^2 \varphi (1 + \eta^2) \frac{\lambda^2}{2} + \cos^4 \varphi (5 - 4t^2) \frac{\lambda^4}{24} \right), \quad (5)$$

kde hodnoty konštánt η , t určíme zo vzťahov (2).

V prípade predpokladu nekonformného zobrazenia je nutné urobiť analýzu skreslenia pomocou výpočtu azimutov hlavných smerov dĺžkového skreslenia. Hodnoty dĺžkového, uhlového a plošného skreslenia potom určíme z nasledujúcich vzťahov známych v matematickej kartografii. Z parciálnych derivácií zobrazovacích rovníc (1) je nutné určiť Gaussove koeficienty E , F , G , H , pričom pri Mercatorovom transverzálnom valcovom zobrazení za x a y dosadíme súradnice N a E :

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi} \right)^2, \quad F = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial x}{\partial \lambda} + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \lambda}, \quad G = \left(\frac{\partial x}{\partial \lambda} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \lambda} \right)^2. \quad (6)$$

Na výpočet azimutov hlavných smerov skreslenia A_e sa používa vzťah:

$$\operatorname{tg} 2A_e = \frac{2F}{(m_p^2 - m_r^2) MN \cos \varphi}, \quad (7)$$

ktorého riešením sú dva kolmé smery A_a a A_b . F je Gaussov koeficient podľa (6), M a N sú meridiánový a priečny polomer krivosti elipsoidu v danom bode, m_p a m_r sú moduly dĺžkového skreslenia v smere poludníka a rovnobežky, ktoré sú určené zo vzťahov:

$$m_p = \frac{\sqrt{E}}{M}, \quad m_r = \frac{\sqrt{G}}{N \cos \varphi}, \quad (8)$$

kde E , G sú Gaussove koeficienty podľa (6).

Moduly dĺžkového skreslenia m_a , m_b v hlavných smeroch sa určujú dosadením azimutov A_a a A_b za azimut A do vzťahu:

$$m^2 = m_p^2 \cos^2 A + \frac{F}{MN \cos \varphi} \sin 2A + m_r^2 \sin^2 A. \quad (9)$$

Maximálne skreslenie uhlov $\Delta\omega_e$ v danom bode je určované z modulov dĺžkového skreslenia m_a , m_b v hlavných smeroch podľa nasledujúceho vzťahu:

$$\sin \frac{\Delta\omega_e}{2} = \pm \frac{m_a - m_b}{m_a + m_b}. \quad (10)$$

2. Rozšírenie zobrazovacích rovníc Mercatorovho transverzálneho valcového zobrazenia

Pri odvodení zobrazovacích rovníc Gaussovho-Krügerovho zobrazenia vychádzame zo všeobecného tvaru zobrazovacích rovníc pre konformné zobrazenie (Hojovec, 1987):

$$x + iy = f(q + i\lambda) \quad \text{alebo} \quad x - iy = g(q - i\lambda), \quad (11)$$

kde q je izometrická šírka. Po použití Taylorovho rozvoja dostaneme (Hojovec, 1987):

$$x + iy = f(q) + f'(q)i\lambda + f''(q)\frac{i^2\lambda^2}{2!} + f'''(q)\frac{i^3\lambda^3}{3!} + f^{IV}(q)\frac{i^4\lambda^4}{4!} + f^V(q)\frac{i^5\lambda^5}{5!} + \dots, \quad (12)$$

kde λ je zemepisná dĺžka redukovaná k zemepisnej dĺžke osového poludníka. Dve komplexné čísla sa rovnajú, keď sa rovná ich reálna a imaginárna zložka. V štandardne používaných zobrazovacích rovniciach je použitý nasledujúci počet členov rozvoja:

$$\begin{aligned}x &= f(q) - f''(q) \frac{\lambda^2}{2} + f^{IV}(q) \frac{\lambda^4}{24}, \\y &= f'(q) \lambda - f'''(q) \frac{\lambda^3}{6} + f^V(q) \frac{\lambda^5}{120}.\end{aligned}\tag{13}$$

Pre neskreslený stredný poludník platí:

$$x_0 = f(q) = S_p, \quad y_0 = 0,\tag{14}$$

kde S_p je dĺžka meridiánového oblúka od rovníku po šírku φ , ktorú vypočítame podľa vzťahu (4). Zostáva nám určiť derivácie $f(q)$, ktoré následne dosadíme do zobrazovacích rovníc. Pre prvú a druhú deriváciu platí:

$$\begin{aligned}f'(q) &= \frac{df(q)}{dq} = \frac{dS_p}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dq} = M \cdot \frac{N \cos \varphi}{M} = N \cos \varphi, \\f''(q) &= \frac{d(N \cos \varphi)}{dq} = \frac{d(N \cos \varphi)}{d\varphi} \frac{N \cos \varphi}{M} = -N \sin \varphi \cos \varphi.\end{aligned}\tag{15}$$

Zobrazovacie rovnice Gaussovho-Krügerovho zobrazenia, a teda aj Mercatorovho zobrazenia majú aproximačný charakter, keďže pri ich odvodení vychádzame z Taylorovho rozvoja, pričom uvažujeme len prvé tri členy pre každú zobrazovaciu rovnicu. Okrem toho sú značne zjednodušené aj členy týchto zobrazovacích rovníc. Pri ich spresnení vychádzame zo známeho Taylorovho rozvoja pre konformné zobrazenie, ale uvažovať budeme prvé štyri členy pre každú zobrazovaciu rovnicu:

$$\begin{aligned}x &= f(q) - f''(q) \frac{\lambda^2}{2} + f^{IV}(q) \frac{\lambda^4}{24} - f^{VI}(q) \frac{\lambda^6}{720}, \\y &= f'(q) \lambda - f'''(q) \frac{\lambda^3}{6} + f^V(q) \frac{\lambda^5}{120} - f^{VII}(q) \frac{\lambda^7}{5040},\end{aligned}\tag{16}$$

kde prvé dve derivácie sú v rovnakom tvare ako v štandardne používaných zobrazovacích rovniciach uvedené v (15).

Pri výpočte tretej derivácie vychádzame zo vzťahu (15) pre výpočet druhej derivácie:

$$f'''(q) = \frac{d(-N \sin \varphi \cos \varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{N \cos \varphi}{M} = -N \cdot \cos^3 \varphi \cdot (k - k \cdot t^2 + e^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot t^2),\tag{17}$$

kde sme použili substitúciu:

$$k = \frac{a^2}{b^2}, \quad t = \operatorname{tg} \varphi.\tag{18}$$

Rozdiel medzi pôvodnou a spresnenou hodnotou v zobrazovacej rovnici predstavuje maximálnu hodnotu $1,137 \cdot 10^{-13}$ m pre $\lambda = 4,5^\circ$. Pri štvrtej derivácii preto môžeme vychádzať z pôvodnej tretej derivácie. Týmto spôsobom odvodíme ďalšie členy potrebné pre zobrazovacie rovnice (Szatmári, 2011):

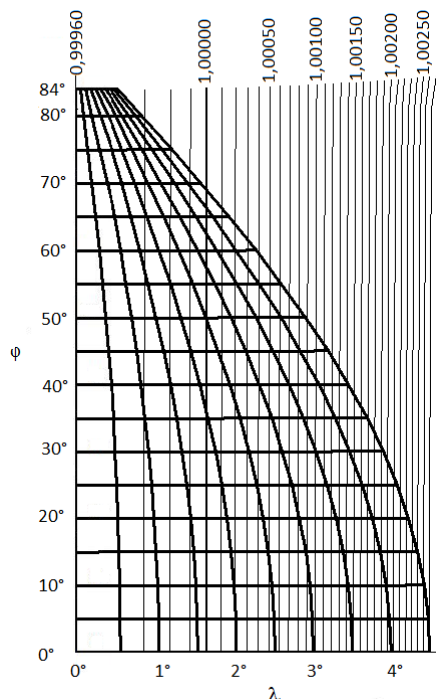
$$\begin{aligned}f^{IV}(q) &= N \cdot \sin \varphi \cdot \cos^3 \varphi \cdot \\&\cdot \left[5 \cdot k - t^2 + 5 \cdot \eta^2 \cdot k + 4 \cdot \eta^2 - 5 \cdot e^2 + e^4 \cdot (2 \cdot \cos^4 \varphi - \cos^2 \varphi - 2) \right], \\f^V(q) &= N \cdot \cos^5 \varphi \cdot \left[5 \cdot k - 18 \cdot t^2 + t^4 + \eta^2 \cdot (18 + 54 \cdot k - 28 \cdot k \cdot e^2) + \right. \\&\left. + 32 \cdot k \cdot \eta^4 - e^2 \cdot (45 \cdot k + 18) + e^4 \cdot \sin^4 \varphi \cdot (45 + 28 \cdot \eta^2) \right],\end{aligned}\tag{19}$$

$$\begin{aligned}
f^{VI}(q) &= -N \cdot \sin \varphi \cdot \cos^5 \varphi \cdot \\
&\cdot [61 \cdot k - 58 \cdot k \cdot t^2 + k \cdot t^4 + \eta^2 \cdot (504 \cdot k + 2 + 76 \cdot e^{t^2} - 89 \cdot t^2 + 5 \cdot t^4) + 26 \cdot \eta^4 - \\
&- e^{t^2} \cdot (290 \cdot k + 7 - 53 \cdot t^2 + t^4) - e^{t^4} \cdot (116 - 406 \cdot \sin^4 \varphi)], \\
f^{VII}(q) &= -N \cdot \cos^7 \varphi \cdot [k \cdot (61 - 479 \cdot t^2 + 179 \cdot t^4 - t^6 + 2490 \cdot \eta^2 - 2220 \cdot e^{t^2}) - \\
&- \eta^2 \cdot t^2 \cdot (305 + 2310 \cdot k - 290 \cdot t^2 + 5 \cdot t^4) + e^{t^4} \cdot \sin^4 \varphi \cdot (1890 - 2310 \cdot t^2) + \\
&+ e^{t^2} \cdot t^2 \cdot (305 + 1650 \cdot k - 174 \cdot t^2 + t^4 - 660 \cdot \eta^2 + 660 \cdot e^{t^2})].
\end{aligned} \tag{20}$$

Dosadením týchto derivácií do zobrazovacích rovníc (16) a vynásobením konštantou m_0 dostaneme upravené (rozšírené) zobrazovacie rovnice Mercatorovho transversálneho valcového zobrazenia. Na výpočet modulu dĺžkového skreslenia použijeme známy vzťah pre výpočet m_r (8), pričom pri výpočte Gaussových koeficientov používame rozšírené zobrazovacie rovnice.

3. Analýza skreslení v Mercatorovom transversálnom valcovom zobrazení

Vzhľadom na tendenciu použitia systému UTM pre poludníkový pás s rozdielom dĺžok krajných poludníkov väčšom ako 6° , analýza skreslení bola vykonaná pre rozšírený (neštandardný) poludníkový pás so šírkou 9° . Z hore uvedených vzťahov vyplýva, že skreslenie postačuje vyšetriť v jednom kvadrante poludníkového pásu. Analýza skreslení bola vykonaná na množine diskrétnych bodov, pričom pre elipsoidickú šírku sme zvolili krok 5° , pre elipsoidickú dĺžku $0,5^\circ$, avšak vzhľadom na veľkosť tabuliek uvádzame výsledky s krokom 10° , resp. 1° . Pre túto množinu diskrétnych bodov sme vypočítali modul dĺžkového skreslenia použitím známeho vzťahu (5) pre pôvodné a použitím vzťahu (8) pre rozšírené zobrazovacie rovnice. Priebeh dĺžkového skreslenia v jednom kvadrante rozšíreného poludníkového pásu je znázornený pomocou izometrických čiar na obr. 2.



Obr. 2 Dĺžkové skreslenie v Mercatorov transversálnom valcovom zobrazení

Napriek tomu, že Mercatorovo transversálne valcové zobrazenie je považované za konformné, vzhľadom na aproximálny charakter zobrazovacích rovníc dochádza k uhlovému skresleniu rastúcemu smerom k okraju poludníkového pásu. V prípade, ak sa používa rozšírený poludníkový pás, táto hodnota sa viacnásobne zväčší. Na zistenie tejto hodnoty pred a po rozšírení zobrazovacích rovníc sa vykonala analýza uhlového skreslenia pre totožné diskkrétne body použitím vzťahov (6) až (10). Výsledky analýz pre vybrané body sú uvedené v nasledujúcich tab. 2 až 4.

Tab. 2 Dĺžkové skreslenie v bodoch rozšíreného poludníkového pásu

	$\lambda = 0^\circ$	$\lambda = 1^\circ$	$\lambda = 2^\circ$	$\lambda = 3^\circ$	$\lambda = 4^\circ$	$\lambda = 4,5^\circ$
$\varphi = 0^\circ$	0,999600	0,999753	1,000213	1,000981	1,002057	1,002712
$\varphi = 10^\circ$	0,999600	0,999749	1,000195	1,000939	1,001982	1,002617
$\varphi = 20^\circ$	0,999600	0,999735	1,000141	1,000818	1,001767	1,002344
$\varphi = 30^\circ$	0,999600	0,999715	1,000059	1,000634	1,001438	1,001927
$\varphi = 40^\circ$	0,999600	0,999690	0,999959	1,000407	1,001036	1,001418
$\varphi = 50^\circ$	0,999600	0,999663	0,999852	1,000168	1,000609	1,000877
$\varphi = 60^\circ$	0,999600	0,999638	0,999752	0,999943	1,000210	1,000371
$\varphi = 70^\circ$	0,999600	0,999618	0,999671	0,999760	0,999885	0,999960
$\varphi = 80^\circ$	0,999600	0,999605	0,999618	0,999641	0,999673	0,999693
$\varphi = 84^\circ$	0,999600	0,999602	0,999607	0,999615	0,999627	0,999634

Tab. 3 Uhlové skreslenie (uvedené v sekundách) v bodoch rozšíreného poludníkového pásu pred spresnením zobrazovacích rovníc

	$\lambda = 0^\circ$	$\lambda = 1^\circ$	$\lambda = 2^\circ$	$\lambda = 3^\circ$	$\lambda = 4^\circ$	$\lambda = 4,5^\circ$
$\varphi = 0^\circ$	0,0000000003	0,0000004722	0,0000075456	0,0000381690	0,0001205026	0,0001928956
$\varphi = 10^\circ$	0,0000000006	0,0000276899	0,0008856265	0,0067201490	0,0282890473	0,0509454705
$\varphi = 20^\circ$	0,0000000011	0,0000405929	0,0012984418	0,0098533666	0,0414826621	0,0747100793
$\varphi = 30^\circ$	0,0000000002	0,0000333410	0,0010665429	0,0080944065	0,0340823454	0,0613875157
$\varphi = 40^\circ$	0,0000000011	0,0000128214	0,0004101541	0,0031131853	0,0131106652	0,0236168226
$\varphi = 50^\circ$	0,0000000017	0,0000072493	0,0002319219	0,0017605857	0,0074157973	0,0133599181
$\varphi = 60^\circ$	0,0000000124	0,0000158526	0,0005072253	0,0038510077	0,0162237883	0,0292310651
$\varphi = 70^\circ$	0,0000000267	0,0000115112	0,0003683375	0,0027968136	0,0117842816	0,0212340537
$\varphi = 80^\circ$	0,0000000443	0,0000019251	0,0000615852	0,0004676514	0,0019706159	0,0035510446
$\varphi = 84^\circ$	0,0000000488	0,0000009938	0,0000317595	0,0002411717	0,0010162835	0,0018313630

Tab. 4 Uhlové skreslenie (uvedené v sekundách) v bodoch rozšíreného poludníkového pásu po spresnení zobrazovacích rovníc

	$\lambda = 0^\circ$	$\lambda = 1^\circ$	$\lambda = 2^\circ$	$\lambda = 3^\circ$	$\lambda = 4^\circ$	$\lambda = 4,5^\circ$
$\varphi = 0^\circ$	0,0000000001	0,0000004714	0,0000075463	0,0000381677	0,0001205030	0,0001928962
$\varphi = 10^\circ$	0,0000000008	0,0000003556	0,0000056932	0,0000304193	0,0001171266	0,0002217932
$\varphi = 20^\circ$	0,0000000013	0,0000001015	0,0000017729	0,0000141978	0,0000878170	0,0001937322
$\varphi = 30^\circ$	0,0000000005	0,0000001087	0,0000015612	0,0000089385	0,0000397251	0,0000803398
$\varphi = 40^\circ$	0,0000000008	0,0000001358	0,0000022168	0,0000116040	0,0000426370	0,0000786604
$\varphi = 50^\circ$	0,0000000015	0,0000000958	0,0000013501	0,0000082997	0,0000416082	0,0000883197
$\varphi = 60^\circ$	0,0000000127	0,0000001023	0,0000004290	0,0000028002	0,0000154999	0,0000336370
$\varphi = 70^\circ$	0,0000000266	0,0000000602	0,0000000894	0,0000006760	0,0000043493	0,0000098285
$\varphi = 80^\circ$	0,0000000441	0,0000004479	0,0000000811	0,0000002724	0,0000036975	0,0000089377
$\varphi = 84^\circ$	0,0000000486	0,0000002779	0,0000001169	0,0000001771	0,0000015327	0,0000035568

4. Porovnanie skreslenia v Mercatorovom transverzálnom valcovom zobrazení

Po porovnaní dĺžkového skreslenia môžeme konštatovať, že spresnenie zobrazovacích rovníc nemá vplyv na dĺžkové skreslenie, čo sa dalo predpokladať, keďže to vyplýva z geometrie daného zobrazenia, a preto je uvedené len v tab. 2. Pri použití štandardného poludníkového pásu so šírkou 6° , modul dĺžkového skreslenia dosahuje hodnotu 1,000981, t.j. 98 cm/km na rovníku. Ak uvažujeme neštandardný poludníkový pás so šírkou 9° , táto hodnota predstavuje 1,002712, t.j. približne 2,7 m/km na rovníku. Rozšírením poludníkového pásu o $1,5^\circ$, modul dĺžkového skreslenia takmer trojnásobne narastie na rovníku. Pri väčších elipsoidických šírkach je väčší aj tento pomer. Na druhej strane, pri elipsoidických šírkach väčších ako 60° , môžeme použiť aj širší poludníkový pás, keďže v týchto miestach modul dĺžkového skreslenia je v absolútnej hodnote menší ako na základnom poludníku. V našich zemepisných šírkach hodnota modulu dĺžkového skreslenia dosahuje hodnotu 1,000168 (16,8 cm/km) pre štandardný poludníkový pás a 1,000877 (87,7 cm/km) pre rozšírený poludníkový pás. Znamená to, že z hľadiska dĺžkového skreslenia je v týchto miestach nevhodné použiť rozšírený poludníkový pás, napríklad nie je vhodné použiť Mercatorovo transverzálne valcové zobrazenie celého územia Slovenska v súradnicovom systéme poludníkového pásu UTM 34, ako bolo konštatované vo (Vajsáblová, 2011). Priebeh dĺžkového skreslenia je zrejmy z obr. 2.

Spresnenie zobrazovacích rovníc má väčší vplyv na uhlové skreslenie. Pri štandardnom poludníkovom pásu maximálne uhlové skreslenie dosahuje hodnotu $0.0099''$, pri rozšírenom poludníkovom pásu $0.0747''$. Po spresnení zobrazovacích rovníc tieto hodnoty predstavujú len $0.000038''$, resp. $0.000222''$, t. j. sú viac ako stonásobne menšie. Znamená to, že pri použití rozšíreného poludníkového pásu je vhodné použiť rozšírené zobrazovacie rovnice z hľadiska uhlového skreslenia (Szatmári, 2011).

Záver

Cieľom príspevku bolo rozšíriť zobrazovacie rovnice Mercatorovho transverzálneho valcového zobrazenia za účelom dosiahnutia vyššej konformity na okrajoch štandardne používaného šesťstupňového, a tiež rozšíreného deväťstupňového poludníkového pásu. Praktickým prínosom príspevku sú vykonané analýzy skreslení. Záverom možno odporúčať, že z hľadiska dĺžkového skreslenia aj pri použití upravených zobrazovacích rovníc modul dĺžkového skreslenia pri rozšírenom poludníkovom pásu viacnásobne narastie, a to v závislosti od elipsoidickej šírky. Z hľadiska uhlového skreslenia, keďže zobrazovacie rovnice majú aproximačný charakter, je vhodné prípadné uhlové skreslenie redukovať rozšírením členov zobrazovacích rovníc.

Príspevok vznikol za podpory grantovej výskumnej úlohy VEGA 1/0601/12 a VEGA 1/1348/12.

Literatúra

- HOJOVEC, V. DANÍŠ, M., HÁJEK, M., VEVERKA, B. (1987). *Kartografie*. Praha (Geodetický a kartografický podnik v Prahe).
- PICK, M. (1998). *Geodézie. Souřadnicové systémy a zobrazení*. Bratislava (Vydavateľstvo Slovenskej technickej univerzity).
- SRNKA, J. (1986). *Matematická kartografie*. Brno (Vojenská akadémia Antonína Zápotockého).
- SZATMÁRI, D. (2011). *Mercatorovo transverzálne valcové zobrazenie*. Diplomová práca, Bratislava (Slovenská technická univerzita v Bratislave, Stavebná fakulta).
- VAJSÁBLOVÁ, M. (2011). Analýza skreslenia obrazu územia Slovenska v UTM 34. *Geodetický a kartografický obzor*, 57 (99), 1, s. 10-13.

S u m m a r y

Extension of the map equations of the Mercator transverse cylindrical projection

The Mercator transverse cylindrical projection is applied in geodetic coordinate system UTM. The aim of this paper is to perform a complete analysis of distortion and modify the formulas for the projection to achieve lower angular distortion on the edges of the standard and non-standard meridian bands. Presentation of the distortion analysis results is also included.

The first chapter includes the characterization of the Mercator transverse cylindrical projection and standard form of map equations. The second chapter describes the modification of the formulas for the projection, completion of their terms and their derivation. The analysis of angular and scale distortion using the non-standard meridian band width of 9° and the modified formulas for the projection is included in the third chapter. The fourth chapter contains a comparison of distortion before and after the modifying the formulas of the projection. The theoretical contribution of the paper is the derivation of modified (extended) formulas of the projection. The practical benefit is the analysis of distortion, which showed the suitability, respectively unsuitability of this projection for territory with difference of longitude 6°, respectively 9°. The scale distortion is many times larger for the extended non-standard meridian band using the modified formulas of the projection. On the other hand it is possible to reduce the angular distortion by using the modified formulas of the projection, hence in light of projection of extended meridian band we recommend the using the modified map equations of the Mercator transverse cylindrical projection.

Fig. 1 Orthogonal coordinate system in UTM

Fig. 2 Scale distortion in the extended meridian band

Tab. 1 Constant value in formula to calculation of meridian arc length

Tab. 2 Scale distortions in the point of extended meridian band

Tab. 3 Angular distortions in the point of extended meridian band before the modifying the map equations

Tab. 4 Angular distortions in the point of extended meridian band after the modifying the map equations