

ROZŠÍRENIE METÓDY BOX COUNTING NA VÝPOČET FRAKTÁLNEJ DIMENZIE PRE RASTROVÉ DIGITÁLNE POVRCHY

Tomáš IČ, Jana FAIXOVÁ CHALACHANOVÁ

Extension of box counting method for calculating fractal dimension of digital raster surfaces

Abstract: The roughness of the surface is one of the many attributes describing each surface. The roughness of surface can be described as a complex of positional and height variability of the surface. There are many methods for describing the roughness, but only a few of them are complex enough to exactly determine the degree of roughness surface. The main goal of this study is to point out the problem of the degree of surfaces roughness determining in order to bring a solution to this domain. From the number of methods and techniques for determination the degree of roughness the technique of fractal analysis called the box counting method was chosen in this work. This method is described in the first part of the paper. It forms the basis of the developed tool, which is used to calculate fractal, respectively box counting dimension. Its value can express the degree of roughness for any structure. For a possible future integration of this tool into the existing GIS software, the process of creation of the appropriate tool in the Python 3 programming language environment is described in the second part of this paper. The developed tool was tested on three real geosurfaces to verify its functionality and generation of the correct results.

Keywords: fractal geometry, box counting, degree of 2,5D surface roughness, GIS

Úvod

Fraktálna geometria je oblasť matematiky, ktorá sa zaoberá štúdiom fraktálov, teda štruktúr a javov, u ktorých možno s narastajúcim priblížením pozorovať vlastnosť opakovania rovnakých, alebo podobných tvarov, resp. vzorov. Fraktálne objekty možno deliť podľa rôznych kritérií. Jedným z týchto delení je členenie na matematické fraktály (deterministické fraktály, ktoré sú striktné sebakpodobné) a prírodné fraktály (nikdy nie sú striktné sebakpodobné z čoho vyplýva, že sú viac sebakpríbuzné) (Hotár, 2011). Najdôležitejšou vlastnosťou a charakteristikou fraktálov, ako uvádza (Mészárosová, 2010) vo svojej práci, je ich Hausdorffova dimenzia, ktorej hodnota musí byť striktné väčšia ako topologická dimenzia a môže byť vyjadrená zlomkom, prípadne iracionálnym číslom. Pri štruktúrach, ktoré nie sú sebakpodobné a majú premenlivý priebeh sa fraktálna dimenzia určuje ako box counting dimenzia pomocou rovnako pomenovanej metódy box counting a jej hodnota sa vo všeobecnosti nezhoduje s hodnotou Hausdorffovej dimenzie. Každopádne hodnota fraktálnej dimenzie kvantitatívne interpretuje geometrickú zložitosť fraktálneho objektu. Z pohľadu použitia predstavuje fraktálna dimenzia veľmi účinný spôsob, ako jednoducho určiť mieru členitosti, aj pre tak anizotropný jav s náhodným správaním, akým je povrch. Fraktálna geometria v medzinárodnom kontexte je pomerne aktuálnou témou, pričom v oblasti geovied nachádza uplatnenie najmä v priestorových analýzach pri skúmaní drsnosti a tvaru Zemského povrchu. Témou aplikácie fraktálneho prístupu sa zaoberali aj (Davies et al., 1999), ktorí vo svojom článku riešia problematiku fraktálnej analýzy na priestorových dátach a podrobnejšie opisujú výpočet a význam fraktálnej dimenzie 2,5D povrchov. O aktuálnosti témy svedčí aj nedávna štúdia (Pardo-Igúzquiza et al., 2020), ktorí použili fraktálnu dimenziu pri riešení konkrétnych praktických úloh spojených s vykonávaním fraktálnej analýzy krasového terénu na dátach DVM z oblasti Sierra de

las Nieves pomocou metódy pohyblivého okna, ktorým určovali lokálnu fraktálnu dimenziu terénu. Podobný prístup zvolili v minulosti aj autori (Taud et al., 2005), ktorí metódou fraktálnej analýzy skúmali vzťahy medzi drsnosťou povrchu a geologickými a geomorfologickými znakmi. Výsledky ich prác nasvedčujú, že fraktálna analýza predstavuje účinný spôsob analýzy miery členitosti, resp. drsnosti povrchov, avšak tým že metóda pohyblivého okna pri fraktálnej analýze nedokáže poskytnúť globálnu charakteristiku členitosti územia je vhodné, aby bol otestovaný aj prístup, ktorý umožní charakterizovať fraktálnu dimenziu komplexne jedným parametrom a súčasne pri-niesť technické riešenie v podobe vývoja nového voľne dostupného nástroja.

V dnešnej dobe jestvuje veľa nástrojov a aplikácií počítajúcich box counting dimenziu, no len zlomok z nich je schopných pracovať s objektami v 3D priestore akým je geopovrch, čo vyplýva z prieskumu vykonaného v rámci práce (Ič, 2019). Spomedzi týchto nástrojov možno spomenúť proprietárny softvér *MountainMaps®*, voľne dostupný program *box Dim3D.exe* alebo skript *box-counting.py* prípadne iné skripty dostupné na portály *MathWorks®*. Každý z týchto nástrojov má svoje využitie v určitom zameraní, no okrem nástroja *boxcounting.py*, ich nemožno implementovať do najpoužívanejších GIS softvérov. Nástroj *boxcounting.py*, ktorý bol vytvorený v rámci práce (Porubánová, 2018) má potenciál, avšak ako bolo zistené v (Ič, 2019), tak zvolený algoritmus a celková prácnosť prípravy vstupných súborov môže predstavovať prekážku v používaní v praxi. Momentálny nedostatok nástrojov s voľne dostupným zdrojovým kódom (open source softvér), resp. programov určujúcich mieru členitosti povrchov prostredníctvom fraktálnej metódy box counting viedol k vývoju nového *BCdim.py* v programovacom jazyku Python 3. Python 3 patrí dnes medzi svetovo najpoužívanejšie programovacie jazyky, čomu vďaka predovšetkým jeho voľnej šíriteľnosti (bezplatný), pohodlnej a najmä rýchlejšej tvorbe programov (interpretovateľný programovací jazyk). Vývoj nástroja je orientovaný na prácu s čoraz viac dostupnejšími a podrobnejšími priestorovými dátami, ktoré bude nástroj analyzovať z pohľadu ich členitosti, a týmto spôsobom tak môže výsledky tejto práce prispieť k získavaniu nových poznatkov o krajine a jej terénnej pokrývke.

1. Metóda box counting a koncept jej aplikovania v priestore

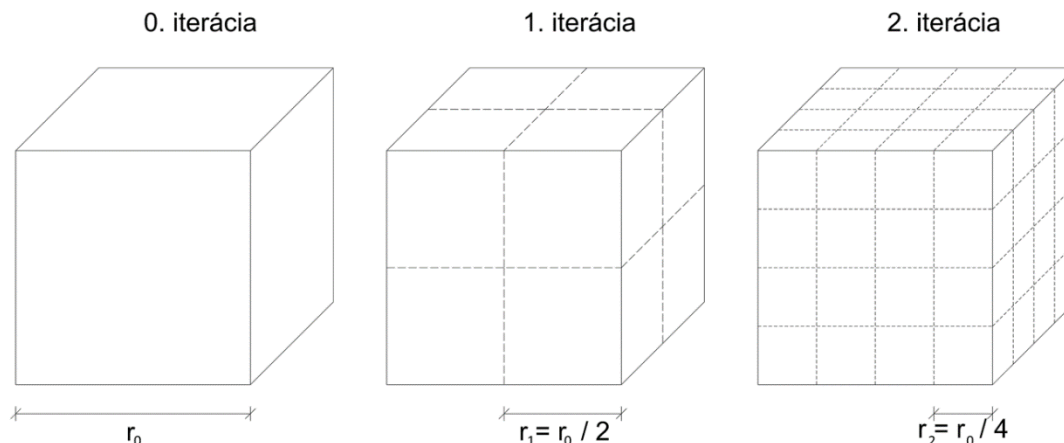
Analýza povrchov z pohľadu určovania ich miery členitosti má za úlohu komplexne posúdiť povrchy z pohľadu ich horizontálneho a vertikálneho členenia. Pretože, ako spomína (Verbovšek, 2009), väčšina prírodných systémov, medzi ktoré sa radí aj povrch, sú skôr sebapodobné ako sebapodobné, tak fraktálna metóda box counting predstavuje najvhodnejší a najjednoduchší spôsob, ako zistiť fraktálnu dimenziu sebapodobných systémov. Výsledok metódy box counting, však predstavuje len odhad skutočnej fraktálnej (Hausdorff-Besicovitch) dimenzie s čím treba počítať pri niektorých špecifických aplikáciách.

Základná myšlienka, na ktorej je metóda založená je veľmi jednoduchá a pri opise jej aplikácie v priestore možno nadviazať na (Horák, 2014) alebo (Fieldman, 2012), ktorí opisujú výpočet box counting dimenzie v 2D priestore. Postup výpočtu možno potom analogicky upraviť do 3D tak, že skúmaná oblasť (povrch) sa prekryje 3D mriežkou tvorenou kockami (boxami) s veľkosťou hrany r . Následne sa spočíta počet buniek (boxov), v ktorých sa nachádza ľubovoľná časť objektu (povrchu) a určí sa N pre príslušné r , teda $N(r)$. V ďalšom kroku sa zmení veľkosť strany bunky (boxu) r a výpočet sa týmto spôsobom iteratívne opakuje. Napokon z dostatočného množstva iterácií sa výsledky vynesú do grafu $N(r)$, niekedy prezývaného ako „log-log“ graf, ktorého osy majú logaritmickú mierku. Výsledná hodnota dimenzie sa analyticky určí podľa vzťahu (1), ktorý je odvodený v (Addison, 1997), kde: D_B – box counting dimenzia; N_x – počet boxov v x . iterácii; r_x – veľkosti boxu v x . iterácii v dĺžkových jednotkách.

$$D_B = \frac{\log(N_2) - \log(N_1)}{\log\left(\frac{r_0}{r_2}\right) - \log\left(\frac{r_0}{r_1}\right)} \quad (1)$$

V prípade, že iterácií je viac, tak box counting dimenzia sa určí ako hodnota smernice priamky preloženej výsledkami v grafe, alebo ak takúto priamku nie je možné zostrojiť, tak sa použije regresná priamka a výsledná dimenzia bude opäť rovná zápornej hodnote jej smernice, no tentokrát

regresnej priamky. Spôsob zmenšovania strany kociek pri zvyšovaní iterácií je ilustrovaný na obr. 1.



Obr. 1 Vplyv iterácie na veľkosť boxov (r – veľkosť boxu v iterácii)

Z uvedeného matematického aparátu vidno, že na určenie box counting dimenzie povrchu definovaného mračnom bodov a zostrojenie „log-log“ grafu povrchu definovaného mračnom bodov, sú potrebné minimálne tri iterácie. Dalším zvyšovaním počtu iterácií sa priamo úmerne zlepšuje presnosť odhadu výslednej dimenzie, až do chvíle kým jemnosť mriežky boxov neprekročí hustotu, ktorá je daná vzdialenosťou bodov definujúcich analyzovaný jav. O metóde box counting podrobne píše aj (Addison, 1997) vo svojom diele *Fractal and Chaos: An Illustrated Course*, kde rieši aj problematiku box counting metódy v 3D priestore.

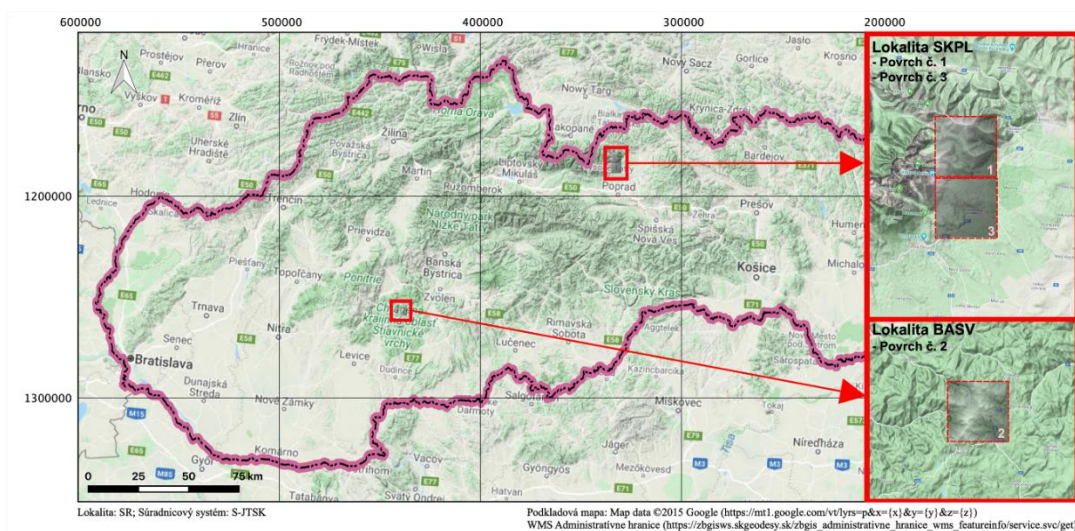
2. Zdroje dát a záujmové územia

Metóda box counting vykonáva výpočet v dvojrozmernom, alebo trojrozmernom priestore v závislosti od skúmaného javu. Pri skúmaní 3D povrchov má zmysel uvažovať s trojicou lokálnych karteziánskych priestorových súradníc X, Y a Z (resp. súradnica Z môže byť nahradená iným parametrom), s ktorými je práca jednoduchšia a v ktorých býva najčastejšie definovaný digitálny výškový model (DVM). Dalším faktorom vplyvujúcim na výber pravouhlých súradníc bola myšlienka použiteľnosti nástroja pre aplikáciu v rôznych sférach. Preto bolo v našom záujme, aby dáta bodovo reprezentujúce analyzovaný jav boli uložené vo výmennom textovom formáte *.txt s presne definovaným obsahom, ktorý musí mať štruktúru stĺpcov obsahujúcich súradnice bodov pravidelne rozmiestnených na povrchu v definovanom gride. V prípade navrhnutého nástroja je taktiež potrebné, aby vstupné dáta reprezentovali štvorcové územie.

2.1 Vstupné dáta

Vhodný výber vstupných dát je jedným z najdôležitejších krokov pri testovaní nového nástroja. Na účely kontroly a demonštrovania funkčnosti nástroja by ideálnou situáciou bolo vykonať testovanie na čo najväčšej a členitostou pestrej vzorke povrchov, ktorých stupeň miery členitosti, resp. drsnosti je vopred známy. Z pohľadu reálneho zhodnotenia nástroja je výhodnejšie vykonať testovanie na troch odlišných povrchoch, ktorých miera členitosti je dostatočne vizuálne odlišiteľná. Dalším významným faktorom, na ktorý je potrebné brať ohľad pri metóde box counting je definovaná hustota bodového gridu reprezentujúca povrch, ktorá sa úmerne prejavuje na množstve vykonateľných iterácií výpočtu. V spolupráci na tvorbe tohoto príspevku poskytla Katedra geodetických základov (Slovenská technická univerzita v Bratislave, Stavebná fakulta) vstupné dáta v podobe DVM z lokalít Skalnaté pleso (SKPL) a Banská Štiavnica (BASV), ktoré boli uložené v rastrovom formáte TIF s definovanou hustotou gridu 10×10 [m]. Mapa lokalizujúca územia reprezentované vzorkami vstupných dát je zobrazená na obr. 2.

Pôvodné dáta DVM, v podobe akej boli poskytnuté, bolo pred spracovaním potrebné upraviť, tak aby spĺňali hlavné podmienky definujúce formát a vnútornú štruktúru súboru popísané vyššie, no okrem týchto boli vzhľadom k docieleniu čo najlepších výsledkov výpočtu dimenzie sformulované ďalšie podmienky týkajúce sa obsahu DVM. Prvou, veľmi dôležitou podmienkou pri výbere záujmovej lokality je vybrať podľa možnosti také územie, ktorého členitosť reliéfu je čo najviac konštantná a neobsahuje miesta, ktorých členitosť je výrazne odlišná vzhľadom k okoliu a celkovému charakteru územia, čo by sa prejavilo na skreslení výslednej hodnoty box counting dimenzie. V prípade, ak je výpočet box counting dimenzie vykonávaný za účelom porovnania tejto hodnoty u rôznych povrchov, tak je nevyhnutné, aby hustota gridu skúmaných povrchov bola u všetkých týchto DVM rovnaká.



Obr. 2 Mapa lokalizujúca územia reprezentované vzorkami vstupných dát (QGIS)

2.2 Záujmové územia

Vstupné dáta, v podobe DVM, pochádzali z lokalít dvoch geodetických bodov Skalnaté pleso (SKPL) a Banská Štiavnica (BASV). Z uvedených modelov boli vyselektované tri rovnako veľké územia, ktoré sa od seba dostatočne vizuálne líšia mierou členitosti reliéfu, resp. drsnosťou, pod ktorou rozumieme nerovnosť povrchu zapríčinenú výškovými rozdielmi a frekvenciou ich zmeny. Trojica vybraných povrchov, na ktorých bude vyvinutý nástroj testovaný, je v hypsometrickom zobrazení znázornená na obr. 3.

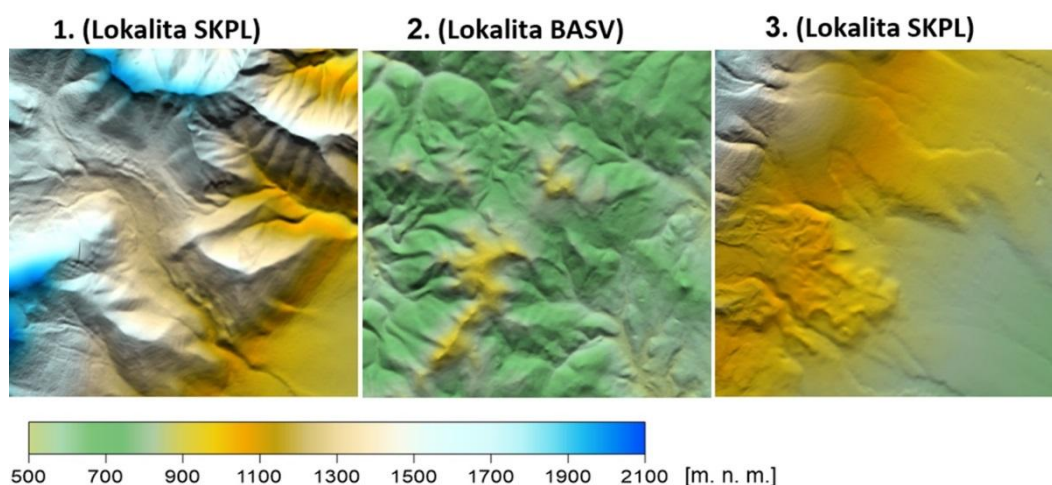
Povrch č. 1 (obr. 3 – vľavo) je najčlenitejší, pretože veľkosť a usporiadanie zárezov v podobe údolí je v ňom najvýraznejšie. Povrch č. 2 (obr. 3 – v strede) v porovnaní s predchádzajúcim povrchom č. 1 má síce vyššiu frekvenciu výškových zmien, no ich výraznosť je v porovnaní s povrchom č. 1 omnoho menšia z čoho možno usudzovať, že povrch č. 2 je menej členitý, resp. menej drsný ako povrch č. 1. Povrch č. 3 (obr. 3 – vpravo) predstavuje územie, ktorého prevýšenie je podobné ako pri povrchu č. 1, no z dôvodu že územie, ktoré zobrazuje má plynulý priebeh s nízkou frekvenciou fluktuácie povrchu, tak tento povrch reprezentuje najmenej členitú plochu. Intenzita členitosti uvedených povrchov reliéfu bola stanovená vzájomným vizuálnym porovnaním všetkých troch modelov reliéfu z hľadiska ich výškových rozdielov, intenzity výškovej premenlivosti a celkového charakteru území z pohľadu ich priebehu.

3. Vývoj nástroja počítajúceho box counting dimenziu 2,5D povrchov

Pri návrhu a tvorbe nového nástroja počítajúceho box counting dimenziu 2,5D povrchov vyplynulo niekoľko základných požiadaviek na funkcionalitu, ktoré musel spĺňať:

- voľná dostupnosť pre verejnosť,
- otvorený zdrojový kód umožňujúci zásah používateľa (tzv. open source softvér),
- výpočet fraktálnou metódou box counting,
- práca s 2,5D povrchmi,
- vstupné dáta vo forme lokálnych karteziánskych priestorových súradníc,
- možnosť implementácie do GIS softvérov.

Uvedené požiadavky na funkcionalitu predstavujú základné princípy, ktoré zabezpečia variabilnosť a plné využitie potenciálu nového nástroja BCdim.py.



Obr. 3 Vizualizácia testovacej vzorky povrchov (vizualizované v softvéri Surfer®)

3.1 Základné princípy a charakteristiky nástroja BCdim.py

Navrhnutý postup spracovania priestorových dát v nástroji na výpočet box counting dimenzie 2,5D povrchu opisuje zjednodušený vývojový diagram ilustrovaný na obr. 4.

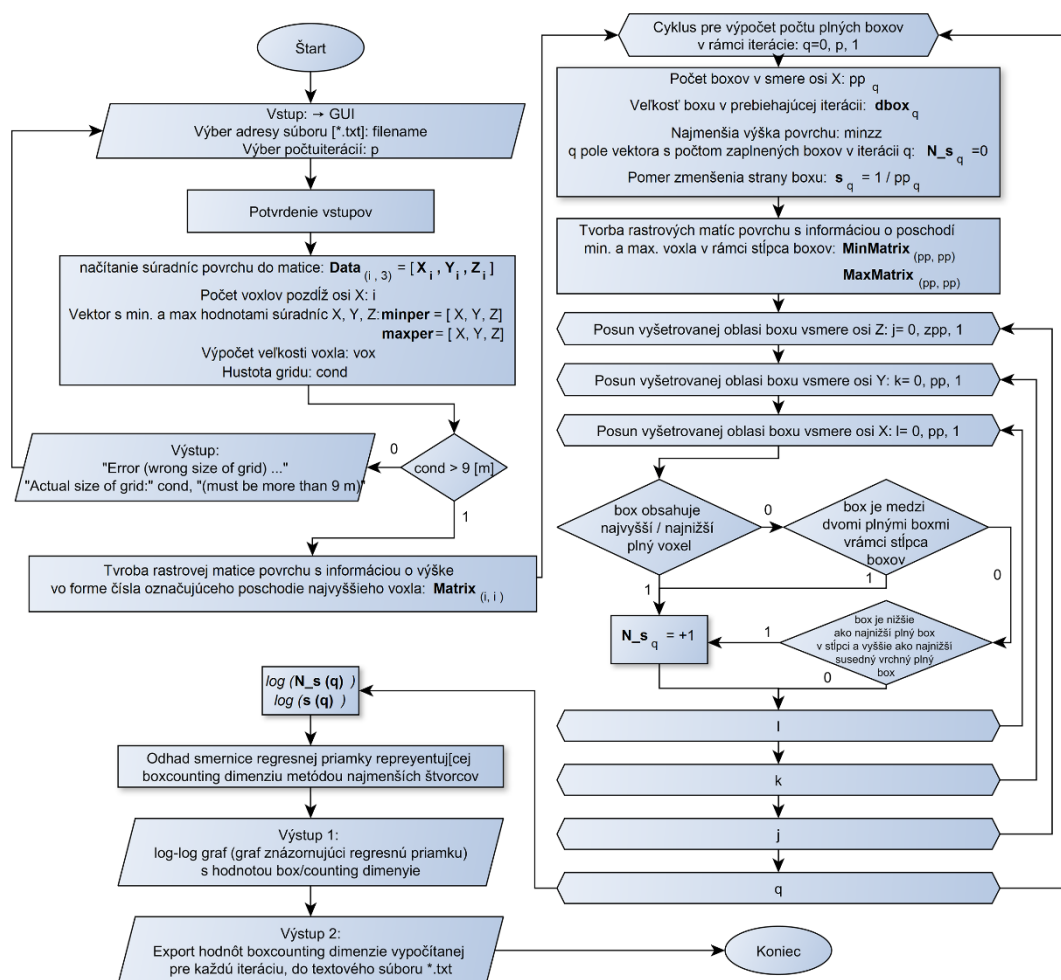
Zjednodušený vývojový diagram zachytáva schematicky niekoľko krokov, pri dodržaní ktorých je možné nástroj vytvoriť v ľubovoľnom programovacom prostredí. Nástroj je navrhnutý tak, aby používateľovi postačovalo zadať dva údaje. Prvý údaj je výber vstupných dát, ktoré musia reprezentovať štvorcové územie a dodržať formátovanie ako je uvedené v kap.2. Druhým údajom je informácia o množstve iterácií, ktorých vo väčšine prípadov postačuje maximálne 7, čo je bližšie odôvodnené v práci (Ič, 2019). Počet iterácií by nemal presiahnuť hodnotu stanovenú vzťahom (2), ktorý popisuje delenie štvorcového územia na menšie štvorce v závislosti od narastajúcej iterácie, kde x – počet iterácií; i – počet bodov povrchu.

$$2^{2x} < i \quad (2)$$

Potvrdením vstupných údajov začne kontrola hustoty bodového gridu, ktorý reprezentuje povrch. V programe je zakomponovaná podmienka riešenia tak, aby sa predišlo výpočtu dimenzie povrchov s rôznou hustotou gridu, čo by pri vzájomnom porovnaní výsledkov nemuselo poskytnúť

relevantnú informáciu o veľkosti rozdielu miery členitosti porovnávaných povrchov. Hodnota podmienky je prednastavená na minimálnu hustotu gridu 9 [m], avšak používateľ ju môže priamo v kóde programu kedykoľvek zmeniť podľa vlastných potrieb, alebo nahradiť inou kontrolou vstupných dát, napríklad kontrolou počtu bodov a pod. V prípade nesplnenia podmienky sa celý proces načítania zopakuje od začiatku. Po kontrole je zo vstupných dát vytvorená rastrová matica *Matrix* reprezentujúca bodový grid povrchu, ktorej prvky predstavujú poschodie každého voxla obsahujúceho bod gridu povrchu. Následne sa spustí cyklus, ktorý realizuje výpočet zvlášť pre každú iteráciu. V rámci každej iterácie sa určí počet boxov pozdĺž osi x ako *pp*, ktorý je pri 0. iterácii rovný 1 a každou vyššou iteráciou tento počet narastie podľa vzťahu (3), kde: *pp* – počet boxov, *q* – pomer veľkosti boxu.

$$pp = 2^{q+1} \quad (3)$$



Obr. 4 Vývojový diagram výpočtu v rámci nástroja BCdim.py

Následne z počtu boxov pp sú odvodené veľkosť jedného boxu ako $dbox$ a pomer zmenšenia hrany boxu s , ktorý je jednou z dvojice hodnôt potrebných k výpočtu dimenzie a jeho veľkosť je určená podľa vzťahu (4), kde: s – pomer veľkosti boxu; pp – počet boxov.

$$pp = 2^{q+1} \quad (4)$$

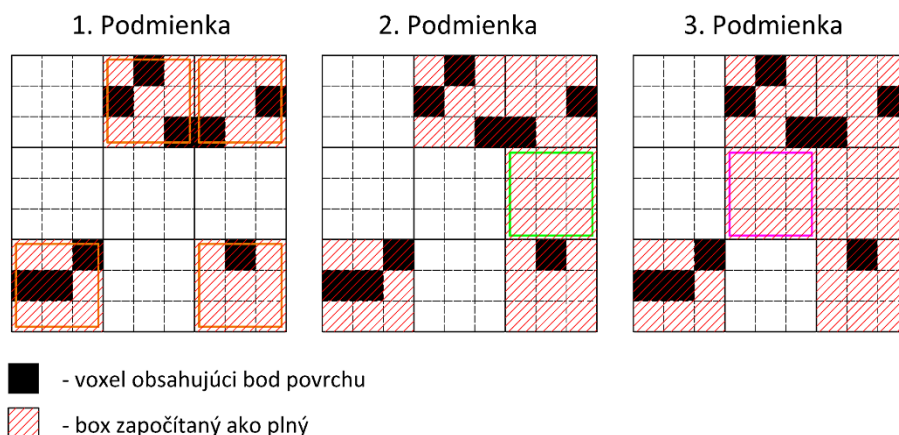
V ďalšom kroku sú v rámci každej iterácie sformované dve štvorcové rastrové matice s rozmerom $pp * pp$:

- MinMatrix – obsahuje poschodie najnižšieho voxla s bodom povrchu, v rámci stĺpca boxov.
- MaxMatrix – obsahuje poschodie najvyššieho voxla s bodom povrchu, v rámci stĺpca boxov.

V ďalšej časti, ktorá tvorí jadro nástroja je v každej iterácii spočítaný počet plných boxov N_s , čo mimochodom predstavuje druhú hodnotu potrebnú ku konečnému výpočtu box counting dimenzie. Algoritmus nástroja používa na identifikovanie plných boxov nasledovné tri podmienky:

1. Box je plný, ak obsahuje najvyšší, alebo najnižší bod povrchu v rámci jedného stĺpca boxov.
2. Box je plný, ak sa nachádza medzi dvoma plnými boxmi v rámci jedného stĺpca boxov.
3. Box je plný, ak je nižšie ako najnižší plný box v rámci stĺpca a súčasne je vyššie ako najnižší susedný vrchný plný box.

Vizuálna interpretácia vyššie uvedených podmienok započítavania plných boxov je na obr. 5.



Obr. 5 Aplikácia podmienok na vyšetrenie plnosti boxov

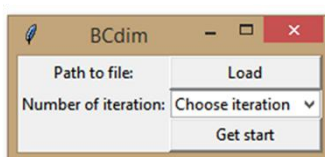
V poslednej časti programu nástroj vypočíta výslednú box counting dimenziu 2,5D povrchu. Výsledná hodnota dimenzie je určená regresnou analýzou pomocou metódy najmenších štvorcov, tak ako je uvedené v kap. 1 *Metóda box counting a koncept jej aplikovania v priestore*. Výsledok výpočtu sa okrem zobrazenia na konzole programovacej platformy uloží v podobe dvojice výstupných súborov. Prvý súbor obsahuje grafické znázornenie regresnej priamky v grafe nazývanom „log-log“ graf spolu s hodnotou výslednej box counting dimenzie. Druhý výstupný súbor obsahuje zápis hodnôt box counting dimenzií z každej vypočítanej iterácie zvlášť.

3.2 Realizácia nástroja BCdim.py

Nástroj BCdim.py je skript vytvorený v interpretovateľnom, priestorovo orientovanom jazyku Python 3, ktorý často býva označovaný za skriptovací jazyk, hoci jeho možnosti využitia sú omnoho širšie. Úlohou nástroja je vypočítať box counting dimenziu 2,5D povrchov definovaných ako mračnom bodov usporiadaných do štruktúry gridu. Nástroj sme vytvárali na platforme apliká-

cie Spyder ver. 3.3.1 (The Scientific Python Development Enviromental) v jazyku Python 3, ktorý predstavuje akýsi svetový štandard na vývoj, testovanie a výučbu programov na jednom mieste. Prostredie Python 3 bolo pri tvorbe nástroja zvolené úmyselne, pretože tento programovací jazyk v súčasnosti podporuje veľké množstvo platforiem, medzi ktoré patria aj najpoužívanejšie geografické softvéry ako ArcGIS, alebo QGIS. Pri tvorbe nástroja BCdim.py v jazyku Python 3 sme využívali funkcionality, ktoré ponúkajú základné knižnice ako knižnica Numpy (práca s poľami), Math (matematické operácie), Matplotlib (tvorba grafov) a Tkinter (tvorba grafického rozhrania).

Nástroj BCdim.py pri spustení komunikuje s používateľom prostredníctvom jednoduchého používateľského rozhrania (GUI), v ktorom sa nachádzajú dva dopyty. Prvý dopyt požaduje výber vstupných dát povrchu a druhý dopyt vyzýva užívateľa k voľbe maximálneho počtu iterácií z intervalu 1 – 7, ktoré budú uvažované pri výpočte box counting dimenzie povrchu. Znáznornenie používateľského rozhrania je na obr. 6.



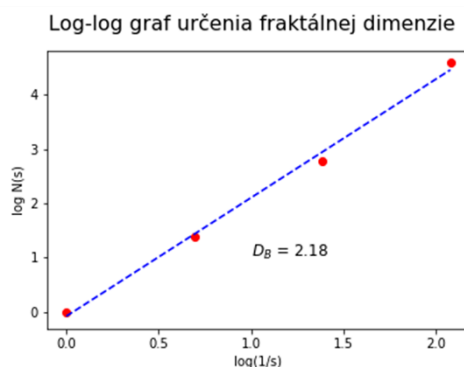
Obr. 6 Používateľské rozhranie nástroja BCdim.py

Program po spustení automaticky vykonáva jednotlivé kroky, tak ako sú opísané v schéme vývojového diagramu v kap. 3.1 *Návrh nástroja BCdim.py*. Ak používateľ požaduje výpočet s vyšším počtom iterácií, tak jednoduchou úpravou skriptu môže doplniť ľubovoľnú hodnotu maximálnej iterácie. Takáto úprava sa vykoná doplnením hodnoty v časti skriptu znázornenom na obr. 7.

```
58 comboExample = ttk.Combobox(a, values=[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ], \
59                               width=15)# Prednastavené hodnoty iterácií
```

Obr. 7 Časť skriptu nástroja BCdim.py s ponukou možností pre iterácie

Program po dokončení výpočtových procesov vytvorí dva výstupy. Prvým výstupom je grafický súbor s názvom Loglog.png a jeho obsah tvorí graf, tzv. „log-log“ graf spolu s výslednou hodnotou box counting dimenzie označenej ako DB. Druhým výstupom je textový súbor s názvom boxcounting.txt a obsahuje hodnoty box counting dimenzií vypočítaných pre každú iteráciu zvlášť. Ukážka výstupného „log-log“ grafu je na obr. 8.

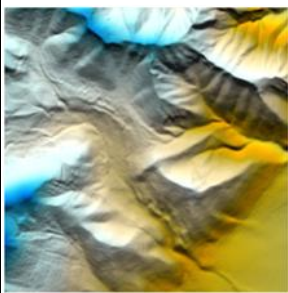
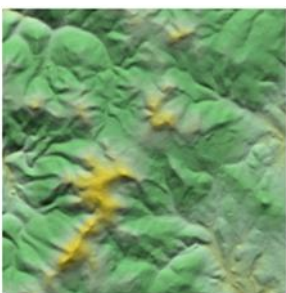
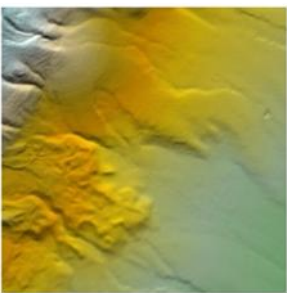


Obr. 8 Ukážka „log-log“ grafu

3.3 Testovanie nástroja BCdim.py

Testovanie funkčnosti nástroja bolo vykonané na troch vzorkách povrchov, ktoré sú špecifikované v kap. 2.2 *Zaujímavé územia*. Test je zameraný na kontrolu vypočítanej box counting dimenzie, konkrétne spôsobom, či výsledné hodnoty zodpovedajú poradiu miery členitosti daných povrchov určenému vizuálne. Hodnota dimenzie je určená pre každý povrch 7-krát, pričom výsledok je určený vždy z iného počtu iterácií. Maximálny počet iterácií bude v tomto testovaní sedem. V tab. 1 sú uvedené výsledné hodnoty box counting dimenzií troch testovaných povrchov vypočítaných nástrojom BCdim.py.

Tab. 1 Výsledné hodnoty box counting dimenzií povrchov z testovania

Povrch č.:	1. (Lokalita SKPL)	2. (Lokalita BASV)	3. (Lokalita SKPL)
Zobrazenie povrchu:			
Prevýšenie ($\pm$):	1200 [m]	550 [m]	1000 [m]
Box counting dimenzia (iter. 1):	2	2	2
Box counting dimenzia (iter. 2):	2	2	2
Box counting dimenzia (iter. 3):	2,18	2	2,03
Box counting dimenzia (iter. 4):	2,24	2,09	2,08
Box counting dimenzia (iter. 5):	2,28	2,15	2,11
Box counting dimenzia (iter. 6):	2,32	2,2	2,14
Box counting dimenzia (iter. 7):	2,37	2,25	2,18

V tab. 1 je možné pozorovať, že výsledné box counting dimenzie pri použití jednej alebo dvoch iterácií sa zhodujú vo výslednej hodnote 2, čo je spôsobené metódou box counting, v ktorej vyšetrovacie boxy pri menších iteráciách majú hranu kocky väčšiu ako je prevýšenie testovaných povrchov, čo má za následok nižšiu citlivosť zaznamenávania fluktuácie povrchu. Pri väčšom počte iterácií už box counting dimenzia narastá, avšak v 3. iterácii pri povrchu č. 2 je hodnota box counting dimenzie stále rovná 2, čo súvisí s omnoho menším prevýšením povrchu č. 2 voči zvyšným dvom povrchom a na to nadväzujúcou nižšou citlivosťou zaznamenávania premenlivosti povrchu v 3. iterácii. Pri vyšších počtoch iterácií je v tab. 1 vidieť už plynulé narastanie box counting dimenzie povrchov, pričom jej hodnoty v jednotlivých iteráciách už definujú poradie povrchov z pohľadu miery ich členitosti. Preto ak vezmeme do úvahy výsledky zo štyroch a viac iterácií, tak nástroj *BCdim.py* v predmetnom testovaní vyhovel, pretože výsledky testu preukázali, že poradie povrchov z pohľadu miery ich členitosti, ako bolo vizuálne stanovené, sa zhoduje s poradím miery členitosti týchto povrchov určeným pomocou vypočítaných hodnôt box counting dimenzií.

4. Diskusia k dosiahnutým výsledkom

Metóda fraktálnej analýzy sa na základe doterajších skúseností javí ako účinný prostriedok vhodne dopĺňajúci komplexné posúdenie miery členitosti viacrozmerných povrchov. Do vyjadrenia tejto miery tak môžeme zahrnúť nielen faktor výškových rozdielov v krajine, ale aj ucelenú vertikálnu a horizontálnu členitosť vyjadrenú výslednou hodnotou fraktálnej dimenzie. Z tohoto pohľadu práca poskytuje čitateľovi základný prehľad a možnosti fraktálnej metódy box counting s cieľom jej aplikácie pri tvorbe nového funkčného nástroja so zreteľom jeho budúcej implementácie do praxe. Box counting dimenzia a jej hodnota, ktorú je možné vypočítať vyvinutým nástrojom, predstavuje jeden z významných parametrov definujúci práve spomínanú mieru členitosti 3D povrchu v intervale od 2 po 3. Z výsledkov práce (Ič, 2019), v ktorej bolo vykonané testovanie existujúcich nástrojov a programov počítajúcich box counting dimenziu 2,5D povrchov, boli zistené ich nedostatky a obmedzenia. Častým problémom existujúcich nástrojov na určovanie miery členitosti povrchov je ich technické riešenie, ktoré dimenziu povrchov určuje z profilov, vrstevníc alebo z mračna bodov bez uváženia ich topologických vzťahov čo sa prejavuje stratou komplexnosti dosiahnutého výsledku. Podobne veľkým nedostatkom súčasných nástrojov je nedostupnosť ich zdrojového kódu a kompatibilita so súčasnými GIS softvérmi, ktoré bránia v ich nasadení pri úlohách spojenými s určovaním box counting dimenzie povrchov v prostredí GIS. Pri vývoji nového nástroja bolo preto potrebné nájsť riešenie, ktoré tieto nedostatky v podobe vhodného postupu a výberu programovacieho jazyka (napr. Python) eliminuje. Súčasťou procesu tvorby nástroja bol návrh metódy výpočtu box counting dimenzie pre 2,5D povrchy s cieľom určenia hodnoty box counting dimenzie pre celý povrch, ktorá na rozdiel od lokálneho prístupu používajúceho pohyblivé okno (Pardo-Igúzquiza, 2020) a (Taud, 2005), dokáže poskytnúť komplexnú charakteristiku globálne interpretujúcu mieru členitosti, resp. drsnosti 2,5D povrchov.

Veľkou výhodou jazyka Python, v ktorom bol realizovaný vývoj nášho nástroja, je jeho voľná dostupnosť, efektívnosť a veľká podpora v súčasných softvéroch, čo umožní jednoduchšiu integráciu nášho nástroja do praxe. Vytvorený nástroj bol primárne vyvinutý pre analýzu geopovrchov, no jeho uplatnenie možno nájsť aj v iných odboroch kde sa vyžaduje analyzovať drsnosť, resp. členitosť povrchov prírodných alebo umelých štruktúr. Technické riešenie nástroja BCdim.py, zachováva komplexnosť a korektnosť výpočtu, pričom vychádza z predpokladu, že povrch je uzatvorená plocha, ktorá neobsahuje prázdne miesta. Funkčnosť a korektné generovanie výsledkov bolo prakticky overené na troch reálnych vzorkách geopovrchov a výsledky z tab. 1 preukázali, že metóda výpočtu, na ktorej je program postavený splnila predpoklady a je možné ju používať pri priestorových analýzach.

Práca s nástrojom je veľmi jednoduchá, pretože používateľovi postačuje zadať dva údaje, a to vstupný súbor a počet iterácií výpočtu box counting dimenzie. V závere výpočtu nástroj vytvorí dva výstupné súbory, z ktorých jeden obsahuje výslednú hodnotu box counting dimenzie znázornenú v grafe spolu s regresnou priamkou, z ktorej bola odvodená. Druhý výstup je v textovom formáte a obsahuje hodnoty box counting dimenzie z vykonaných iterácií. Výsledky získané takýmto spôsobom predstavujú rozšírenú charakteristiku povrchov a možno ich uplatniť napr. pri priestorových analýzach, kde vstupuje členitosť povrchu ako jeden z faktorov ovplyvňujúci ďalšie parametre (napr. rôzne geografické analýzy, geofyzikálne analýzy vychádzajúce z členitosti povrchu, analýzy založené na topografických korekciách a pod.). Technické spracovanie vyvinutého nástroja umožňuje jeho modifikáciu čo môže byť výhodou najmä ak používateľ potrebuje nástroj upraviť pre špecifické aplikácie, napríklad pri modifikácii algoritmu nástroja, tak aby počítal lokálnu fraktálnu dimenziu, pričom používateľovi postačuje do pôvodného tela programu doplniť skript, ktorý bude definovať veľkosť a pohyb výpočtového okna v rámci rozsahu DVM. Ďalšie smerovanie a vývoj nástroja bude viesť k jeho optimalizácii a implementácii do GIS softvérov ako ArcGIS, či QGIS, odkiaľ bude oveľa dostupnejší bežnému používateľovi. V súčasnej dobe je nástroj spolu s testovacími DVM dostupný na webovej adrese: <https://github.com/Fractal-analysis-of-surface/box-counting-2,5D>.

Záver

Fraktálna metóda box counting je dnes potenciálne najvhodnejší kandidát na definovanie rozsahu členitosti, na základe čoho bola zvolená ako základ nástroja BCdim.py, ktorého úlohou je výpočet miery členitosti 2,5D povrchov. Navrhnutý nástroj BCdim.py bol v rámci testovania odskú-

šaný na vzorke troch reálnych členitostíou odlišných reliéfnych plochách, pričom výsledok testovania nezistil pochybenie, avšak absolútne správne a bezchybné fungovanie nástroja potvrdí až prax. Z pohľadu využiteľnosti môžu výsledky dosiahnuté novým nástrojom pomôcť k lepšiemu porozumeniu závislosti medzi topologickými vlastnosťami prírodných alebo umelých povrchov a ľudskou činnosťou (napr. vplyv miery členitosti povrchu na hospodársku činnosť alebo na mieru osídlenia).

Predstavené riešenie hodnotenia miery členitosti 2,5D povrchov prostredníctvom fraktálnej analýzy v programovacom jazyku Python 3 naznačuje potenciál a schopnosť presadiť sa v praxi. Akokoľvek problematika technického riešenia nástroja BCdim.py bola z praktických dôvodov a požiadaviek kompletne riešená iba použitím programovacieho jazyka Python 3, preto pri zachovaní postupov vychádzajúcich z návrhu nášho nástroja je možné podobný nástroj zostrojiť aj v iných programovacích jazykoch (napr. C, C++), ktoré dokážu spracovať informácie rýchlejšie. Voľne prístupný a predovšetkým otvorený zdrojový kód nástroja dáva používateľom príležitosť a možnosť zakomponovať do kódu vlastné špecifické požiadavky.

PodĎakovanie: Príspevok bol vypracovaný za podpory grantových výskumných úloh VEGA 1/0300/19 a VEGA 1/0468/20.

Literatúra

- ADDISON, P. S. (1997). *Fractal and Chaos*. London (Institute of Physics, wholly owned by The Institute of Physics), 30-42.
- DAVIES, S., HALL, P. (1999). Fractal analysis of surface roughness by using spatial data. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 61(1), 3-37.
- FIELDMAN, D. P. (2012). *Chaos and Fractals: An Elementary Introduction*. London (Oxford University Press), 187-193.
- HORÁK, J., IVAN I. (2014). Fraktály a chaos s prostorově dopravními aplikacemi. [online]. In *GIS Ostrava 2014*. Ostrava (Vysoká škola báňská TU v Ostravě) [cit. 2020-02-28]. Dostupné na: http://gisak.vsb.cz/GIS_Ostrava/GIS_Ova_2014/sbornik/papers/gis2014522,5D6c2e7714f.pdf
- HOTÁŘ, V. (2011). *Fraktální Geometrie a fraktály. Jak lze fraktály rozčlenit, jaká je jejich konstrukce*. [online] [cit. 2020-02-16]. Dostupné na: <http://www.ksr.tul.cz/fraktaly/geometrie.html>
- IČ, T. (2019). *Fraktálna dimenzia verzus klasické metódy určovania členitosti geoobjektov*. Diplomová práca. Bratislava (Slovenská technická univerzita v Bratislave).
- MÉSZÁROSOVÁ, K. (2010). *Fraktály v krajinej infraštruktúre*. Dizertačná práca. Bratislava (Slovenská technická univerzita v Bratislave).
- PARDO-IGÚZQUIZA, E., DOWD, P. A. (2020). Fractal Analysis of Karst Landscapes. *Mathematical Geosciences*, 52, 543-563.
- PORUBANOVÁ, V. (2018). *Potenciál fraktálov pri modelovaní krajiny*. Diplomová práca. Bratislava (Slovenská technická univerzita v Bratislave).
- TAUD, H., PARROT, J. F. (2005). Measure of DEM roughness using the local Fractal dimension. *Géomorphologie*, 11(4), 327-338.
- VERBOVŠEK, T. (2009). BCFD - A Visual Basic program for calculation of the fractal dimension of digitized geological image data using a box-counting technique. *Geological Quarterly*, 53 (2), 241-248.

S u m m a r y

Extension of box counting method for calculating fractal dimension of digital raster surfaces

The main goal of this paper was to show the process of developing a tool BCdim.py which is focussed on calculating degree roughness of three dimensional surfaces using fractal analysis method. Method chosen for calculating the fractal dimension of the relief surfaces was the quadrant method (so-called box counting), while in this case we were focused specifically on its 2,5D extension (Fig. 1) for the calculation of the fractal dimension of 2,5D surfaces (2,5D box counting). This method can be used to calculate fractal dimension of self-affine fractals, such as a relief surface. The approach proposed in the present study will allow to characterize the fractal dimension comprehensively with one parameter and at the same time brings a technical solution in the form of a new freely available open source tool, which was created in the Python 3 programming language using integrated libraries as the Numpy, the Math, the Matplotlib and the Tkinter. The developed

tool is based on programming language, which is supported by a lot of software today. It will help to be integrated into the practise much easier.

In this paper the procedures and individual steps of the tool algorithm (Fig. 4) are describing. They are responsible for a calculation of the fractal dimension 2,5D surfaces and it can help users to integrate this tool into their own applications in the future. In calculation of the fractal dimension, the tool works with spatial data in the form of cartesian local coordinates, which describe surface like a grid of points. The greatest difficulty in applying the box counting method is defining way of determination the number of boxes which contain some part of surface geometry in the individual iterations. In the first step of calculation, tool BCdim.py adjusts input data into two raster matrices. Their elements contain the highest or the lowest level of full boxes. In the next step, numbers of full boxes from these matrices are count by specific conditions (Fig. 5) for each iteration separately. At the end of the algorithm resulting fractal dimension of surface is calculated. The output is represented by two files. First, it is a graph that shows the regress line with resulting fractal dimension value of 2,5D surface (Fig. 8). Second output consists of the fractal dimensions values from each individual iteration. At the end of this study the developed tool was tested on three real surfaces. This resulted into the demonstration of the correct functionality of the tool BCdim.py (Tab. 1).

Fig. 1 Influence of iteration to size of boxes (r - size of box in iteration)

Fig. 2 Map locating areas represented by input data samples (QGIS)

Fig. 3 Visualization of tested surfaces (visualized in software Surfer®)

Fig. 4 Flowchart of the processing within the BCdim.py tool

Fig. 5 Conditions used for determining fullness of boxes

Fig. 6 The BCdim.py user interface

Fig. 7 The part of BCdim.py script with options of iteration number

Fig. 8 Illustration of “*log-log*” graph

Tab. 1 Result box counting dimension value of surface from testing

Prijaté do redakcie: 1. mája 2020

Zaradené do tlače: jún 2020