Karol HUSÁR

VÝPLNE A PLOŠNÉ OBSAHY AREÁLOV

Husár, Karol: Fillings and planary contents of areas, Kartografické listy, 1995, 3, 4 figs, 4 refs.

Abstract: Basic geometrical parameters and relations of traditional projection of the area filling and its, here proposed, more exact way of projection are analyzed. Comparison of these two approaches to the creation of area filling is demonstrated by means of their planary contents. Comparison suggests adequacy of the use of presented new way of projection of area filling especially in the cases of projection of area objects of so-called binary map, where preciseness from the point of view of their graphic planary contents is required. Though the work is based on theoretical analysis of the problem, it can yet influence the practice.

Keywords: binary maps, fillings of areas, planary contents of areas.

Úvod

V reálnej praxi sa možno stretnúť s istým druhom relatívne jednoduchých máp, legenda ktorých obsahuje práve dva individuálne alebo typologické prvky. Reprezentantom takéhoto druhu máp môže byť napríklad mapa obsahujúca na jednej strane areály lesa a na druhej strane areály bez lesa. Takáto mapa je buď výsledkom "pasívnej" prezentácie primárneho dátového zdroja alebo ide o výsledok reklasifikáciou získaného grafického obrazu nejakej zložitejšie štruktúrovanej primárnej legendy. Takýto druh dvojprvkovej mapy (resp. jej zjednodušeného obrazu) budeme v ďalšom nazývať ***binárna mapa***[1].

Je zvykom binárne mapy znázorňovať "kontrastným" spôsobom a to tak, že areály s existenciou daného prvku, javu (ďalej ako ***pozitívne areály***) sú prezentované s úplnou výplňou a areály s neexistenciou daného prvku alebo javu (ďalej ako ***negatívne areály***) zostávajú bez akejkoľvek výplne alebo šrafovania.

V kartografickej praxi sa možno s podobným prípadom binárnych máp stretnúť napríklad v súvislosti s tvorbou masiek jednotlivých tried areálov nejakej typologickej regionalizácie (napr. Feranec et al. 1994), ktoré sú predmetom spracovania a tvorby

RNDr. Karol Husár, Geografický ústav SAV, Štefánikova 49, 814 73 Bratislava

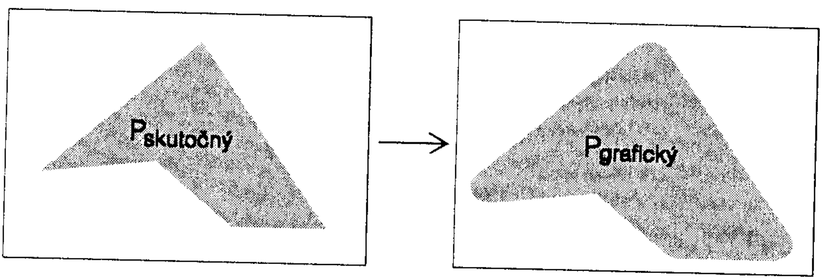
[1] Na tomto mieste, ako aj v iných častiach príspevku, nemožno v striktnom zmysle hovoriť o mape ako takej, ale o jej istom zjednodušenom grafickom obraze.

nejakého kartografického diela. V tomto prípade tiež možno hovoriť o binárnej mape, v ktorej na jednej strane sú farbou "maskované" pozitívne areálové objekty a na druhej strane sú negatívne areály ako zjednotenie všetkých ostatných areálových objektov, tvoriacich komplementárne okolie pozitívnym areálom. Tie sú bez akejkoľvek výplne.

Tradičný prístup k tvorbe výplne areálov

V práci vychádzame z predpokladu, že sa pohybujeme v rovine *vektorového* kresliaceho módu (Husár 1994b), a to buď v jeho automatickom režime pri použití vektorového plotera, alebo v mechanickom režime nejakého kresliča.

Pod *výplňou* (farebnou) v práci rozumieme vykreslenú *kontúru* areálu - tzv. *vonkajšiu, kontúrovú oblasť* (obr. 2) a zároveň nejakou farbou úplne vypĺňajúcu vlastnú vnútornú časť nejakého pozitívneho areálového objektu - tzv. *vnútornú, šrafovaciu oblasť*. V prípade, že *farebná výplň pozitívnych areálov binárnej mapy je zhodná s farbou kontúr*, dochádza k ich zliatiu. Výsledným efektom tejto skutočnosti je zväčšenie, *"nafúknutie" plošného obsahu* pozitívnych areálov na úkor plošného obsahu negatívnych areálových objektov, ktoré neobsahujú žiadnu výplň a ani žiadny spôsob šrafovania. Plošný obsah týmto spôsobom vyplnených areálov binárnej mapy, tzv. *grafický plošný obsah* - $P_{grafický}$ je väčší ako *skutočný plošný obsah* - $P_{skutočný}$, vypočítaný analytickým spôsobom (obr. 1).



a) b)

Obr. 1 Plošný obsah: a) $P_{skutočný}$ - vypočítaný analytickým spôsobom
b) $P_{grafický}$ - daný výplňou areálu

Grafický plošný obsah $P_{grafický}$ možno vyjadriť vzťahom:

$$P_{grafický} = P_{skutočný} + P_{nafúknutie} \qquad (\#1)$$

kde

$$P_{skutočný} = \frac{1}{2} \cdot \left| \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - x_i) \cdot (y_{i+1} + y_i) \right\} + (x_1 - x_n) \cdot (y_1 + y_n) \right| \qquad (\#2)$$

$$P_{nafúknutie} = P_{obdĺžniky} + P_{výseky} - P_{deltoidy} \tag{\#3}$$

$$P_{obdĺžniky} = r \cdot \left\{ \left(\sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \right) + \sqrt{(x_1 - x_n)^2 + (y_1 - y_n)^2} \right\} \tag{\#4}$$

$$P_{výseky} = \frac{r^2}{2} \cdot \sum_{\substack{i=1 \\ \alpha_i \le \pi}}^{n} (\pi - \alpha_i) \tag{\#5}$$

$$P_{deltoidy} = r^2 \cdot \sum_{\substack{i=1 \\ \alpha_i > \pi}}^{n} 1 / tg(\alpha_i / 2) \tag{\#6}$$

kde

n je počet strán (uhlov) n-uholníka, reprezentujúceho pozitívny areál,

x_i, y_i a x_{i+1}, y_{i+1} sú súradnice dvoch za sebou nasledujúcich uzlových bodov na hranici areálu,

r je polomer kresliacej časti pera,

α_i je vnútorný i-tý uhol n-uholníka[2)].

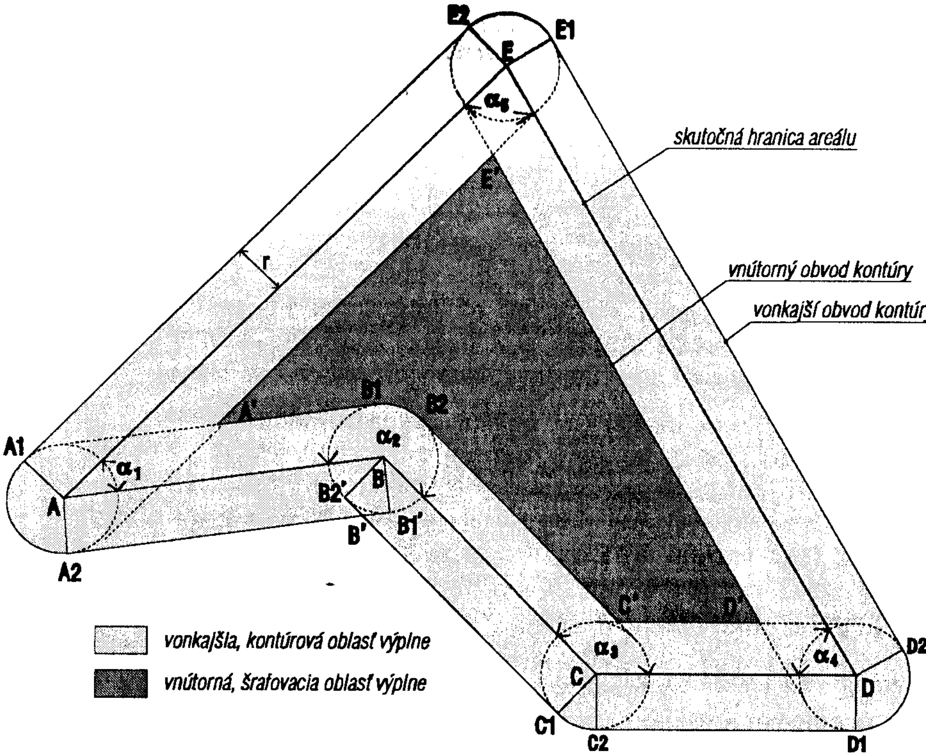
Nafúknutie plošného obsahu areálu (#3) je teda dané plošným obsahom troch rovinných útvarov: *obdĺžnikov* (na obr. 2 - A,A2,B1′,B; B,B2′,C1,C; C,C2,D1,D; D,D2,E1,E; A,A1,E2,E), *kruhových výsekov* (A,A1,A2; C,C1,C2; D,D1,D2; E,E1,E2) a *deltoidov* (B,B2′,B′,B1′). Z hľadiska nárastu plošného obsahu najviac k nemu prispievajú plošné obsahy obdĺžnikov (#4). Príspevok plošného obsahu kruhových výsekov (#5) je rádovo menší. Na druhej strane deltoidy, ktorých počet *j* je komplementom ku kruhovým výsekom a ktorý vyjadrujuje istú mieru nekonvexnosti areálu, je z hľadiska veľkosti ich plošného obsahu (#6) a jeho príspevku (negatívnemu) k celkovému nafúknutiu (#3) najmenej významný, teda platí:

$$P_{obdĺžniky} \gg P_{výseky} \gg P_{deltoidy} \tag{\#7}$$

Je zrejmé, že nafúknutie, resp. *grafické zväčšenie plošného obsahu pozitívnych areálov je závislé od hrúbky čiary vykresľovanej kontúry*, resp. od veľkosti použitého kresliaceho pera. Za predpokladu, že *kresliaca časť pera má tvar kružnice* (bežný prípad), potom zväčšenie (nafúknutie) plošného obsahu pozitívneho

---

2) Všetky vzťahy v práci, ktoré operujú s uhlami platia pre veľkosti uhlov v oblúkovej miere.



Obr. 2 Grafické znázornenie základných charakteristík a geometrických vzťahov medzi prvkami tradičného spôsobu kreslenia výplne areálu

areálového objektu je dané posunom jeho hraničných čiar smerom von z areálu - na úkor plošného obsahu jeho okolia, negatívneho areálu. Tento posun je daný polomerom kruhovej kresliacej časti pera, vyššie označeného ako *r*.

V mnohých prípadoch nafúknutie plošného obsahu areálov nemusí spôsobiť problém a môže sa považovať za zanedbateľné. Zvlášť v prípadoch, ak ide o areály s vyšším stupňom kompaktnosti a ak jednotlivé plošné obsahy areálov sú rádovo podobné. Na druhej strane, ak *r* nie je dostatočne malé a pozitívne areály reprezentujú líniovo pretiahnuté formy (napr. dvojčiary vodný tok, areály lužných lesov...), alebo výrazné nekonvexné formy, ktorých pomer medzi plošným obsahom a dĺžkou obvodu je relatívne malý (napr. < 2), potom "nafúknutie" plošného obsahu môže z vizuálneho hľadiska signalizovať isté disproporcie.

Nový prístup k tvorbe výplne areálov

V práci sme vychádzali jednak z bežnej skúsenosti - existencie kresliacich pier kružnicového tvaru a zároveň z požiadavky, aby *grafický plošný obsah areálu* $P_{grafický}$, *bol pokiaľ možno čo najbližší k jeho skutočnému plošnému obsahu*

$P_{skutočný}$. Výraz "čo najbližší" v predchádzajúcej vete je opodstatnený, pretože je nereálna, nesplniteľná požiadavka, aby grafický plošný obsah $P_{grafický^*}$ bol pri kružnicovom tvare kresliaceho pera rovný skutočnému plošnému obsahu $P_{skutočný}$ [3].

Na dosiahnutie daného cieľa núkajú sa dve možnosti: i) výber pokiaľ možno čo najmenšej hrúbky kresliaceho pera a ii) iný spôsob vykreslenia kontúry areálu.

V prípade i), t.j. pri voľbe menšej hrúbky kresliaceho pera ide o riešenie limitované technickými, resp. disponibilnými možnosťami[4]. V princípe sa daný problém týmto spôsobom nedá uspokojivo riešiť.

Elegantnejšie vyriešenie daného problému spočíva v netradičnom spôsobe vykreslenia kontúry areálu ii) - pozri ďalej.

Ešte predtým, ako bližšie popíšeme riešenie ii), zadefinujme si pojmy, s ktorými budeme v ďalšom operovať. Vychádzajme z tradičného spôsobu vykresľovania kontúry, pri ktorom os kresliacej časti pera o polomere ***r*** sa pohybuje po ***skutočnej hranici*** dvoch areálových objektov (na obr. 2 - tvorenej bodmi A,B,C,D,E). Potom vonkajšiu hranicu kontúry (na obr. 2 je tvorená bodmi A1,A2,B′,C1,C2,D1,D2,E1,E2) budeme nazývať ***vonkajším obvodom kontúry*** (rozhranie kontúry a negatívneho areálu) a jeho vnútornú hranicu (na obr. 3 - tvorenú bodmi A′,B*,C′,D′,E′) ***vnútorným obvodom kontúry*** (rozhranie kontúry a pozitívneho areálu).

Výplň nejakého areálu vo vektorovom formáte sa bežne realizuje najprv vykreslením jeho kontúry, vonkajšej oblasti výplne a až potom vykreslením jeho vnútornej oblasti jeho výplne; napríklad hustým lineárnym šrafovaním (Pravda 1990, Husár 1994a). V práci navrhovaný spôsob výplne pozitívnych areálov spočíva v tom, že vykresľovanie kontúry sa neuskutočňuje po skutočnej hranici areálového objektu, ale po hranici určenej *vnútorným obvodom kontúry*. Vlastná výplň areálu sa realizuje lineárnym šrafovaním, avšak opäť iba medzi čiarami vnútorného obvodu kontúry. Plošný obsah pozitívneho areálu ohraničeného a vyplneného uvedeným spôsobom je prakticky, *"takmer" zhodný* so skutočným plošným obsahom vypočítaným analytickým spôsobom.

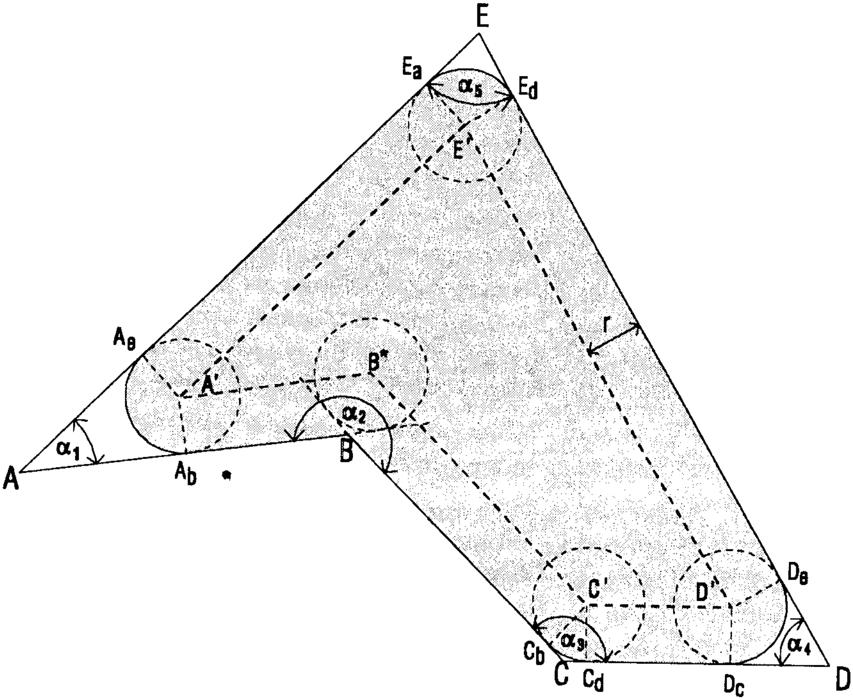
O úplnú zhodu by išlo v prípade areálov, ktorých hranica je tvorená krivkami vyššieho stupňa. Tento prípad sa však vymyká tradičnému spôsobu vektorovej reprezentácie areálových objektov a preto sa ním nebudeme bližšie zaoberať.

---

[3] Požiadavka, aby platilo $P_{grafický^*} = P_{skutočný}$ je prakticky veľmi ťažko splniteľná aj pri použití kresliacich pier iného ako kružnicového tvaru. V striktnom zmysle táto požiadavka je splniteľná iba pri použití špeciálnych pier, napr. trojuholníkového tvaru. Napríklad v prípade n-uholníka nejakého konvexného areálu, ktorého vnútorné uhly sú navzájom rôzne, by bolo potrebné jeho kontúru vykresliť množinou práve (najviac) *n* pier, ktorých kresliaca časť by bola trojuholníkového tvaru a v ktorých vždy aspoň jeden uhol by bol zhodný s jedným uhlom n-uholníkového areálu. K uvedenému pre úplnosť by bolo potrebné uviesť ešte ďalšie špecifikujúce podmienky, ale z limitovaných priestorových dôvodov tak neurobíme.

[4] Naviac, vykreslenie vnútornej oblasti výplne areálového objektu metódou hustého šrafovania je pri použití pomerne malej hrúbky kresliaceho pera časovo náročné.

V práci primárne vychádzame z princípov *vektorového modelu*, pomocou ktoréh areálový objekt je reprezentovaný postupnosťou karteziánskych súradníc bodov vrcholov, vytvárajúcich hranicu daného areálového objektu, pričom spojnica medz dvoma navzájom susednými vrcholmi je interpretovaná ako *lineárna čiara*. V takomt chápaní obrazom hranice areálu je polygón alebo n-uholník.



Obr. 3 Schématické znázornenie nového spôsobu vykreslenia výplne areálu s plošným obsahom $P_{grafický^*}$

Teraz konkrétne k spôsobu vykreslenia kontúry ii). V prípade, že pri vykresľovaní výplne areálu sa os kresliaceho pera bude pohybovať po *vnútornom obvode kontúry* (A′,B*,C′,D′,E′) dosiahneme, že grafický plošný obsah, tentoraz označený ako $P_{grafický^*}$, bude limitne blízky skutočnému plošnému obsahu (obr. 3). Bude platiť, že:

$$P_{skutočný} = P_{grafický^*} + P_{čiapky} \qquad (\#8)$$

z čoho

$$P_{grafický^*} = P_{skutočný} - P_{čiapky} \qquad (\#9)$$

kde $P_{čiapky}$ je plošný obsah špeciálnych krivočiarych trojuholníkov, súčasťou ktorých sú jednotlivé vrcholy n-uholníka (pre vnútorné uhly ktorých platí $\alpha_i < \pi$).

Zo vzťahu (#8) tiež vyplýva, že rozdiel medzi $P_{skutočný}$ a $P_{grafický^*}$ je daný plošným obsahom $P_{čiapky}$, pre plošný obsah ktorého platí:

$$P_{čiapky} = r^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{tg(\alpha_i/2)} + \frac{\alpha_i}{2} - \frac{\pi}{2} \right) \qquad (\#10)$$

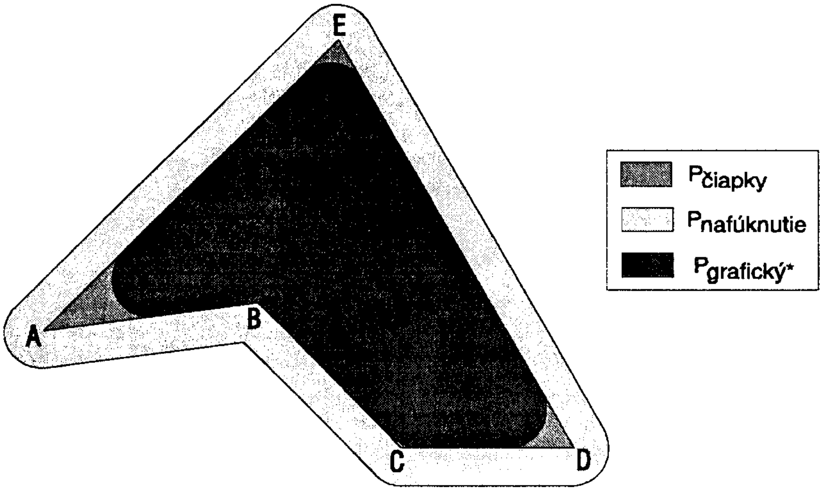
$$\alpha_i < \pi$$

Z hľadiska nášho cieľa, t.j. aby grafický plošný obsah bol limitne blízky skutočnému obsahu areálu, vyššie uvedený spôsob vykreslenia výplne areálu túto požiadavku spĺňa.

Ak $P_{čiapky}$ z hľadiska presnosti grafického plošného obsahu v porovnaní s $P_{skutočný}$ (#2, #8) chápeme ako chybu a porovnáme ho s $P_{nafúknutie}$ (#3), t.j. chybou v prípade tradičného, klasického spôsobu tvorby výplne, potom je zrejmé (obr. 4), že

$$P_{nafúknutie} >> P_{čiapky} \qquad (\#11)$$

Nerovnosť (#11) značí, že chyba v prípade nami navrhovaného spôsobu vykresľovania výplne (#9) v porovnaní s chybou pri tradičnom spôsobe jej vykresľovania (#3) je výrazne menšia (minimálne o jeden rád). Samozrejme, v praktických aplikáciách porovnania dané vzťahom (#11) závisia od konkrétnej



Obr. 4 **Graficky vyjadrený** vzťah medzi $P_{grafický^*}$, $P_{nafúknutie}$ a $P_{čiapky}$

priestorovej konfigurácie pozitívnych a negatívnych areálov. V niektorých prípadoch, napríklad v prípade výrazne nekonvexných a tvarovo nekompaktných areálov porovnanie veľkosti hodnôt (#10) a (#3) môže dokonca dosahovať až niekoľko *n* rádov (n=2, 3, 4...)[5].

Z uvedeného vyplýva, že v prípade tvorby nejakej binárnej mapy, pri ktorej ide o pokiaľ možno čo najvernejšiu grafickú interpretáciu plošných obsahov jej areálových objektov je vhodné upustiť od tradičného spôsobu vykresľovania výplne areálu a nahradiť ho v práci navrhovaným riešením.

Prezentovaný nový spôsob vykreslenia výplne pozitívnych areálov môže mať okrem svojho formálno-teoretického rámca aj svoje konkrétne praktické konzekvencie, napríklad aj pri tvorbe máp.

Poďakovanie:

Dovoľujem si týmto poďakovať lektorke RNDr. M. Vajsáblovej za pripomienky, ktoré zlepšili úroveň príspevku.

LITERATÚRA

FERANEC, J., OŤAHEL, J., PRAVDA, J., HUSÁR, K. (1994). Formy krajinného krytu identifikované v rámci projektu CORINE Land Cover. Geografický časopis, 46, 1, pp. 35-48.

HUSÁR, K. (1994a). Šrafovanie v regulárnej mriežke. Kartografické listy 2, pp. 91-105.

HUSÁR, K. (1994b). Vektorová digitalizácia a morfometrická analýza areálov na príklade foriem land cover JZ Slovenska. Bratislava, Geografický ústav SAV, Kandidátska dizertačná práca.

PRAVDA, J. (1990). Základy koncepcie mapového jazyka. Záverečná správa čiastkovej úlohy ŠPZV č. II-7-1/06 "Vyjadrovacie problémy tvorby tematických máp", Bratislava, Geografický ústav SAV.

S u m m a r y

Fillings and planary contents of areas

Under *the filling* we understand a drawn out outer, a contour part and at the same inner, by some colour hatched area of some area object. In case the colour filling of positive areas of binary map agrees with the colour of contours their merging occurs. The resulting effect of this fact is enlargement of the planary contents of positive areas to the detriment of the planary contents of its environment. Planary contents of so filled areas, so-called graphical planary contents - $P_{graphical}$ (i.e. $P_{grafický}$ in text -(#1)) is larger than the real planary contents P_{real} (i.e. $P_{skutočný}$ in text - (#2)) calculated by analytical manner (Fig. 1).

---

[5] Na veľkosť chyby (#11) a (#3) vplýva aj tzv. reprezentatívnosť voľby bodov na hranici areálu (napr. v procese vektorovej digitalizácie). Ak napríklad areál A,B,C,D,E (obr.2) je obrazom areálu so spojitým, hladkým priebehom jeho hraničnej čiary, potom jeho hraničné (uzlové) body neboli zvolené v duchu reprezentatívnosti (a naopak).

Difference between them is given by the planary contents of $P_{enlargement}$ (i.e. $P_{nafúknutie}$ in text - (#3)).

Graphical representation of the basic characteristics and geometrical relations between the elements of the traditional ways of drawing are represented in Fig. 2.

Enlargement of the planary contents of the area (#3) is given by the planary contents of three plane forms: *rectangles* (Fig. 2 - A,A2,B1′,B; B,B2′,C1,C; C,C2,D1,D; D,D2,E1,E; A,A1,E2,E), *sector of a circle* (A,A1,A2; C,C1,C2; D,D1,D2; E,E1,E2) and *deltoids* (B,B2′,B′,B1′). From the point of view of growth of the planary contents, the planary contents of rectangles contribute in greatest rate (#4). Contribution of the planary contents of sectors of circle (#5) is smaller. On the other side deltoids number of which *j* is a complement of sectors of circle (#7) and which express a certain rate of non-convection of the area is from the point of view of the size of their planary contents (#6) and its contribution (negative) to overall enlargement (#3) the least important, then (#8) is effective.

It is obvious that the enlargement, event. graphical enlargement of the planary contents of the areas depends on the thickness of the line in drawn contours, event. from the size of the used pen. Supposing the drawing part of the pen is in form of circle (current case) then the enlargement of the planary contents of positive area object is given by the shift of its boundary lines outside the area - to the detriment of the planary contents of its surroundings, negative area. This shift is given by the radius of its circular drawing part of the pen, higher denoted as *r*.

The work is on one side based on current experience - existence of the drawing pens of circular shape and on the request that the graphical planary contents of $P_{graphical^*}$ should be the possibly nearest to its real planary contents P_{real} . The expression "the nearest possible" is justified as the request $P_{graphical^*} = P_{real}$ at the circular shape of the drawing pen is unreal and impossible to comply.

There are two possibilities of the solution of the given problem: i) choice, if possible, of the least thickness of the drawing pen, and ii) other way of drawing the area contours.

In case i) the choice of smaller thickness of the drawing pen the solution is limited by the technical possibilities, eventually availability. The given problem is thus not satisfactorily solved.

Smarter solution lies in unconventional way of drawing the area contours - ii).

Let as depart from the conventional contour drawing with the axis of drawing pen (radius *r*) moving along the ***real boundary*** of two area objects (Fig. 2 - formed by the point A,C,D,E). Then we will denote the outer boundary of the contour (in Fig. 2 consisting of the points A1,A2,B′,C1,C2,D1,D2,E1,E2) will be called ***outer circumference of the contour*** (delimiting area of the contour and negative area) and its inner boundary (in Fig. 3 consisting of the points A′,B*,C′,D′,E′) will be called ***inner circumference of the contour*** (delimiting area of the contour and positive area).

Filling of some area in vector format is currently realized first by drawing its contour and only afterwards by drawing its inner, hatching region. The way proposed in the work lies in drawing the contour not following the real boundary area object, but following the boundary determined by the inner circumference of the contour. The filling of area itself is realized by linear hatching, although again only between the lines of the inner contour circumference. The planary contents of the positive area delimited and filled by the quoted way is practically, "almost" in agreement with the real planary contents calculated by analytical way.

The complete agreement is the case of the areas, boundaries of which are formed by the curves of higher degree. But this case does not belong to the conventional ways of digital vector representation of an area object and that is why we do not deal with it. The work is primarily based in the principles of vector model, by means of which area object is

represented by the continuity of Cartesian coordinates of the points - **apexes**, forming the **boundary of the given area object**, while the connecting line between the neighbouring apexes **is interpreted** as linear line. In such interpretation the picture of the area boundary is polygon or n-angle.

If at the drawing of the area filling the axis of the drawing pen moves along the inner circumference of the contour (A′,B*,C′,D′,E′) we achieve a graphically planary contents denoted $P_{graphical^*}$ that will be close with its limits to the real planary contents (Fig. 3) Then (#9) and (#10) is valid where P_{cap} planary contents of special curvilinear triangles, part of which are the single apexes of n-angle, and for its inner angles doplniť is valid.

For the planary contents of P_{cap} (i.e. $P_{čiapky}$ in text) relation (#11) is valid. Then the difference between the P_{real} and $P_{graphical}$ is given by the planary contents of P_{cap} (Fig. 4).

From the point of view of our aim, i.e. to obtain a graphical planary contents close to the real contents of the area, the above cited way of drawing the area filling fulfills the request.

If P_{cap} is from the point of view of exactness of the graphical planary contents compared to P_{real} (#2, #9) interpreted as an error and we compare it to $P_{enlargement}$ (#3) i.e. an error in case of conventional, classical way of drawing the filling, then it is obvious that the relation (#12) is valid.

Inequality (#12) means, that the error in case of by us proposed way of drawing the filling (#11) in comparison with the error accompanying the conventional way of drawing (#13) is distinctly smaller (minimum by one order). In practical application this comparison given by the relation (#12) is, of course, dependent on concrete spatial configuration of positive and negative areas. In some cases, for instance in case of unconvex and uncompact areas the difference between the sizes of the values (#11) and (#3) can even reach several n orders (n = 2, 3, 4...).

It is obvious that in case of creation of some binary map where the target is to obtain the truest possible graphical interpretation of the planary contents of its area objects it is advisable to abandon the conventional way of drawing the area filling and to substitute it by the proposed solution.

The presented new way of drawing the fillings of positive areas has besides formal and theoretical frame also its particular practical results, for instance when the maps are produced.

Fig. 1 a) P_{real} - calculated by analytical way.
b) $P_{graphical}$ - given by the area filling.

Fig. 2 Graphical representation of the basic characteristics and geometrical relations between the elements of the conventional way of drawing the area filling.

Fig. 3 Schematic representation of the new way of drawing the area filing with planary contents $P_{graphical^*}$.

Fig. 4 Graphically expressed relation between $P_{graphical}$, $P_{enlargement}$, and P_{cap}.

Lektorovala:
RNDr. Margita Vajsáblová,
Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie,
Stavebná fakulta STU,
Bratislava