Radko MESIAR, Milan HÁJEK

HODNOTENIE PRIESTOROVEJ REPREZENTÁCIE OBJEKTOV POMOCOU FUZZY MIER

Mesiar, Radko - Hájek, Milan: Assessment of the spatial representation of objects using fuzzy measures. Kartografické listy, 1995, 3, 4 tabs., 3 refs.

Abstract:: Assessment of spatial objects on maps using fuzzy measures is applied to classified deviations. Selection of the generating function f allows to emphasize the effect of nonzero and large deviations on the resulting deviation. Values measured in a profile on topographic maps 1:25 000 (TM25) and 1:50 000 (ZM50, AM50) are in table 1. Mean square errors ch_j for particular f_j ($f_1=|x|, f_2=x^2, f_3=|x|^3$) are in table 2.

Keywords: fuzzy measure, weight coefficient, additive generator, mean square error, assessment of spatial objects on maps.

Úvod

Klasické vyhodnotenie presnnosti, vhodnosti či prijateľnosti tej-ktorej mapy vzhľadom na daný etalón je založené na strednej chybe (štandardnej odchýlke) súradníc jednotlivých mapových prvkov či objektov. Pri priamom určovaní týchto odchýlok z máp sme apriori zaťažení subjektívnou nepresnosťou, ktorá je 0,5mm v mierke mapy. Podľa mierky mapy je táto nepresnosť v absolútnom vyjadrení napr. 5 m pri mierke 1:50 000.

Kvalita máp vyjadrená strednou chybou

"Presné" počítanie strednej chyby (štandartnej odchýlky) z nepresných údajov je automaticky zaťažené chybou, ktorú objektívne nevieme určiť, vieme len zhora ohraničiť. Ďalej, stredná chyba (štandartná odchýlka) je odmocnina z priemernej kvadratickej odchýlky. Je diskutabilné, či práve kvadratické odchýlky sú najvhodnejšie pre posudzovanie kvality máp. V podstate môžeme na takéto posudzovanie použiť akúkoľvek rastúcu spojitú funkciu $f:R\rightarrow R^+$(vhodné je požadovať párnosť f a $f(0)=0$) a strednú chybu určiť zo vzťahu

$$ch_{xf} = f^{-1}(1/n \sum_{i=1}^{n} f(x_i)) , \qquad (1)$$

pričom vychádzame z predpokladu nezaťaženosti súboru systematickou chybou.

Funkcia f sa nazýva aditívny generátor. Podľa veľkosti derivácie f na R^+ preferujeme alebo potláčame jednotlivé kvantitatívne typy odchýliek. Napr. pre $f(x)=x^p$, pre $p=2$ dostávame klasickú strednú chybu, $ch_x=_x$, pre $p\rightarrow 0^+$ je $ch_x\rightarrow r$ (relatívny počet nenulových odchýliek), pri $p\rightarrow x$ je $ch_x\rightarrow max$ (maximálna odchýlka). Posledná pripomienka sa týka závažnosti jednotlivých mapových prvkov. Podľa typu užívateľa sú jednotlivé mapové

Doc. RNDr. Radko Mesiar, CSc., Katedra matematiky a deskriptívnej geomeotrie. Stavebná fakulta STU, Radlinského 11, 813 68 Bratislava
Doc. Ing. Milan Hajek, CSc., Katedra mapovania a pozomkovych uprav, Stavebna fakulta STU, Radlinskeho 11, 813 68 Bratislava

prvky (objekty) dôležitejšie, iné temer nepodstatné. Tento fakt je vhodné zohľadniť pri tvorbe kritérií na posudzovanie kvality mapových diel priradením váh jednotlivým prvkom. Následne, pri počítaní strednej chyby použijeme vážený priemer.

Kvalita objektov na mapách vyjadrená pomocou fuzzy miery

Všetky uvedené pripomienky navrhujeme zohľadniť využitím tzv. fuzzy mier. Tieto nemusia byť aditívne (na rozdiel od pravdepodobnostných mier) a umožňujú brať do úvahy rôzne typy vyhodnocovacích funkcií f. Klasické aritmetické operácie na R^+ potom prechádzajú na pseudo-aritmetické s generátorom f. Kým napr. u pravdepodobnosti P platí

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \tag{2}$$

pre ľubovolné disjunktné udalosti A,B, pri fuzzy miere M založenej na generátore f platí

$$M(A \cup B) = M(A) + M(B) = f^{-1}(f(M(A)) + f(M(B))) \tag{3}$$

Viac podrobností môže čitateľ nájsť v monografii Z. Wang a G.J. Klir (1992). Celkové vyhodnotenie je založené na integrále vzhľadom na fuzzy miery. Nebudeme zachádzať do hlbších teoretických podrobností, ale uvedieme priamo určenie strednej chyby.

Nech zistené odchylky sú x_i (obdobne pre y_i). Z hľadiska subjektívnej nepresnosti (ktorú budeme ilustrovať na mapách mierky 1:50 000) môžeme považovať odchylky do 25/2=12,5 m za nulové, nakoľko ich nevieme v rámci subjektívnej nepresnosti odlíšiť od skutočne nulovej odchýlky. Pobobne zadelíme do tried jednotlivé odchýlky vzťahom

$$t(\Delta x_i) = E\left(\frac{|\Delta x_i| + 12{,}5}{25}\right), \tag{4}$$

kde E(x) je celá časť čísla x.

Takto pre $|\Delta x_i| < 12{,}5$ je $t(\Delta x_i) = 0$,

ak $12{,}5 \leq |\Delta x_i| < 37{,}5$ je $t(\Delta x_i) = 1$,

ak $37{,}5 \leq |\Delta x_i| < 62{,}5$ je $t(\Delta x_i) = 2$ atď.

Veľké odchýlky značne ovplyvňujú výslednú strednú chybu - preto zvyčajne pri klasickej strednej chybe odchýlky nad 2,5.25 = 62,5m vylučujeme. Tým skresľujeme prijateľnosť mapy, preto navrhujeme nevylučovať veľké odchýlky,

ale pre $|\Delta x_i| \geq 87{,}5$ položíme $t(\Delta x_i) = 4$.

Pri posudzovaní len jedného typu mapových prvkov (cesty, vrstevnice, vodstvo, atď.), výslednú strednú chybu určíme zo vzťahu

$$ch_{x,f} = f^{-1}(1/n \sum_{i=1}^{n} f(t(\Delta x_i))) \cdot 25 \qquad \textbf{(5)}$$

kde f je vybraná podľa prv spomínaných hľadísk. Pre globálnu strednú chybu použijeme vzťah

$$ch_{x,f} = f^{-1}(\sum_{i=1}^{N} w_i) f(t(\Delta x_i))/\sum_{i=1}^{N} w_i) \cdot 25 , \qquad (6)$$

kde w_i je váha i-teho mapového prvku. Z jednotlivých stredných chýb $ch_x^{(k)}$ pre k-ty typ mapových prvkov s početnosťou n_k a váhou $w^{(k)}$ vieme určiť globálnu strednú chybu vzťahom

$$ch_{x,f} = f^{-1}(\sum_k n_k . w_k . f(ch_{x,f}^{(k)})/\sum_k n_k . w_k) \qquad (7)$$

Poznamenajme, že klasická stredná chyba (štandartná odchýlka) je špeciálny prípad navrhovanej strednej chyby pre $w^{(k)}=1$ (rovnaké váhy pre všetky prvky), $t(\Delta x_i) = x_i/25$ (netriedime odchýlky do skupín) a $f(x) = x^2$ (predpokladáme vycentrovanosť údajov).

Hodnotenie kvality máp.

Etalónom na porovnávanie prvkov v profile boli údaje z pôvodnej topografickej mapy v mierke 1:25 000. Stredná chyba polohopisných prvkov vzhľadom k najbližším geodetickým bodom pravouhlej súradnicovej siete, nemá byť väčšia ako 0,5 mm. Táto hodnota vyplýva z technológie tvorby a spracovania máp.

Profil z okolia Stupavy bol testovaný na topografickej mape v mierke 1:50 000 (ďalej TM 50) a na mape Defence Mapping Agency - Hydrographic Center v mierke 1:50 000 (ďalej AM50). Na ilustráciu uvedieme vyhodnotenie strednej chyby pre mapy TM50 a AM50 vzhľadom na TM25 v testovanom profile.

Celkové údaje sú v tab.1.

V tab. 2 sú stredné chyby ch_i jednotlivých mapových prvkov, f_i: $f_1|x|=|x|$, $f_2|x|=x^2$, $f_3|x|=|x|^3$ a klasická stredná chyba (štandartná odchýlka).

Celková (globálna) stredná chyba je určená pre jednotlivé f_i pri váhach $w_i^{(k)}$ ako $ch_{i,k}$, pričom $w_1^{(1)}= 1$ pre všetky k, $w_2^{(vys)}= 3$, $w_2^{(k)}= 1$ pre $k \neq$ vys, $w_3^{(ces)}= 3$, $w_3^{(k)}= 1$ pre $k \neq$ ces, $w_4^{(vod)}= 3$, $w_4^{(k)}= 1$ pre $k \neq$ vod, pozri tab.4.

Tab.1

PROFIL p.č.	TM 25 m	TM 50 m	AM 50 m	Odchýlky [m] TM 50	AM 50
1 polná ces.	397.5	399.9	449.8	-2.4	-52.3
2 vrst.180	705	704.9	704.7	0.1	0.3
3 vrst.180	1005	1024.8	1014.5	-19.8	-9.5
4 vrst.180	1182.5	1239.8	1159.4	-57.3	23.1
5 cesta-str.	1780	1764.7	1774.2	15.3	5.8
6 poľná ces.	1837.5	1814.7	1854.1	22.8	-16.6
7 vrst.180	2132.5	2179.7	2149	-47.2	-16.5
8 vrst.180	2685	2704.6	2673.7	-19.6	11.3
9 bahno-z	2800	2794.6	2793.7	5.4	6.3
10 bahno-k	2865	2874.5	2853.6	-9.5	11.4
11 vrst.180	2955	2969.5	2973.6	-14.5	-18.6
12 vrst.180	3040	3074.5	3073.5	-34.5	-33.5
13 polná ces.	3417.5	3409.5	3423.4	8.0	-5.9
14 hydro	4107.5	4089.4	4103.0	18.1	4.5
15 pc	4435	4429.3	4422.9	5.7	12.1
16 vrst.180	4687.5	4709.3	4662.8	-21.8	24.7
17 vrst.180	5025	5039.2	5017.6	-14.2	7.4
18 pc	5137.5	5144.2	5137.6	-6.7	-0.1
19 cesta-str.	5487.5	5489.1	5487.4	-1.6	0.1
20 vrst.180	5797.5	5814.1	5787.2	-16.6	10.3
21 TG 180.5	5860	5864.1	5867.2	-4.1	-7.2
22 vrst.180	5937.5	5954.1	5917.2	-16.6	20.3
23 cesta-str.	6072.5	6069.0	6092.1	3.5	-19.6
24 pc	6210	6214.0	6212.0	-4.0	-2.0
25 hydro	6280	6274.0	6302.0	6.0	-22.0
26 pc križ.	7317.5	7313.8	7346.5	3.7	-29.0
27 cesta str.	7435	7413.8	7436.5	21.2	-1.5
28 cesta str.	8430	8448.7	8451.0	-18.7	-21.0
29 cesta str.	8875	8888.6	8895.8	-13.6	-20.8
30 cesta str.	9455	9458.5	9460.5	-3.5	-5.5
31 hydro	9537.5	9533.5	9555.5	4.0	-18.0
32 hydro	9727.5	9728.5	9785.3	-1.0	-57.8
33 vrst.180	10370	10378.4	10360.1	-8.4	9.9
34 pc	10870	10888.3	10869.8	-18.3	0.2
35 pc-str.	11495	11503.2	11494.5	-8.2	0.5
36 pc	12212.5	12233.1	12214.2	-20.6	-1.7
37 pc	12427.5	12433.0	12469.1	-5.5	-41.6
38 vrst.180	12557.5	12558.0	12539.0	-0.5	18.5
39 vrst.180	13500	13437.9	13478.6	62.1	21.4
40 hydro	14387.5	14407.4	14318.2	-20.2	69.3
41 pc	14665	14667.7	14678.0	-2.7	-13.0
42 pc	15280	15292.6	15302.7	-12.6	-22.7
43 ENDTB173.1	15777.5	15777.5	15777.5	0.0	0.0

Tab.2

Prvky m.	Počet prvkov.	σ TM50	σ AM50	ch_1 TM50	ch_1 AM50	ch_2 TM50	ch_2 AM50	ch_3 TM50	ch_3 AM50
cesty	7	13.3	13.8	10.8	14.2	16.2	19.0	18.75	20.8
vodstvo	7	11.4	36.1	7.2	25.0	13.2	36.5	16.50	43.5
PC+ved.	14	11.1	22.8	7.2	14.2	13.2	23.2	16.50	28.2
výškop.	14	30.3	18.1	26.8	17.8	32.0	25.0	35.25	29.0

Tab. 3 - Pomocná tabuľka $t(\Delta x_i)$

cesty

bod	TM50	AM50
5	1	0
19	0	0
23	0	1
27	0	1
28	1	1
29	1	1
30	0	0
n=7		
Σf_1	3	4
Σf_2	3	4
Σf_3	3	4
ch_1^*=	0.43	0.57
ch_2^*=	0.65	0.76
ch_3^*=	0.75	0.83

vodstvo

bod	TM50	AM50
9	0	0
10	0	0
14	1	0
25	0	1
31	0	1
32	0	2
40	1	3
n=7		
Σf_1	2	7
Σf_2	2	15
Σf_3	2	37
ch_1^*=	0.29	1
ch_2^*=	0.53	1.46
ch_3^*=	0.66	1.74

PC+vedenie

bod	TM50	AM50
1	0	2
6	1	1
13	0	0
15	0	0
18	0	0
21	0	0
24	0	0
34	1	0
35	0	0
36	1	0
41	0	1
42	1	1
37	0	2
26	0	1
n=14		
Σf_1	4	8
Σf_2	4	12
Σf_3	4	20
ch_1^*	0.29	0.57
ch_2^*	0.53	0.93
ch_3^*	0.66	1.13

Výškopis

bod	TM50	AM50
2	0	0
3	1	0
4	2	2
7	2	1
8	1	0
11	1	1
12	2	2
16	1	1
17	1	0
20	1	0
22	1	1
33	0	0
38	0	1
39	2	1
n=14		
Σf_1	15	10
Σf_2	23	14
Σf_3	39	22
	1.07	0.71
	1.28	1.00
	1.41	1.16

Tab. 4

	w_1 TM50	w_1 AM50	w_2 TM50	w_2 AM50	w_3 TM50	w_3 AM50	w_4 TM50	w_4 AM50
štan.od.	20.0	23.1	24.6	21.1	18.5	21.1	18.2	26.9
f_1	14.5	17.2	19.3	17.4	13.4	16.5	12.6	19.2
f_2	21.8	25.9	26.3	25.5	20.5	24.4	20.0	28.9
f_3	26.2	31.4	30.5	30.5	24.7	29.4	24.4	35.2

Záver

Voľbou funkcie f môžeme zvýrazniť vplyv rôzneho počtu odchýliek na strednú výslednú odchýlku. Váhami zvýrazníme závažnosť užívateľsky najvýznamnejších odchýliek.

LITERATÚRA

1. HÁJEK, M., MESIAR, R., KELNAR, B.: Rozvoj kartografie na SVŠT Bratislava. Geodetický a kartografický obzor, 34/76 1988 č. 2, s. 44-47
2. KLIR, G.J., FOLGER, T.A.: FUZZY SETS, UNCERTAINTY AND INFORMATION, PRENTICE HALL, New York, 1992 (druhé vydanie).
3. WANG, Z., KLIR, G.J.: FUZZY MEASURE THEORY, PLENUM PRESS, New York, 1992.

Summary

Assessment of the spatial representation of objects using fuzzy measures

The probabilistic model of uncertainty leads to the assessment of the coincidence of various objects on maps by means of the standard deviation (mean error). Because the probability is only one of possible models of uncertainty, we propose to assess the coincidence using so-called decomposable fuzzy measures applied to classified deviations. In this way subjective error is taken into account, and on the other hand, the scale of evaluation methods is considerably enriched. By the selection of generating function f we are able to emphasize the effect of the number of nonzero, or large deviations on the resulting mean deviation. By weighting factors we can emphasize the relevance of deviations of those map elements, that are the most significant for the user. Global mean square error is given by formula (7), for particular f_j with weights $w_j^{(k)}=1$ as $ch_{i,k}$ (see table 4), where $w_j^{(j)}=1$ for all k, $w_2^{(vys)}=3$, $w_2^{(k)}=1$, for $k \neq vys$, $w_3^{(ces)}=3$, $w_3^{(k)}=1$ for $k \neq ces$, $w_4^{(vod)}=3$, $w_4^{(k)}=1$ for $k \neq vod$.

Lektoroval:
Doc. Ing. Jozef Mičuda, CSc.,
Katdra geodetických základov,
Stavebná fakulta STU,
Bratislava