

Juraj JANÁK

ZOBRAZENIE TIAŽOVÉHO POĽA V OKOLÍ ABSOLÚTNEHO GRAVIMETRICKÉHO BODU MODRA-PIESOK

Janák Juraj: The Gravity Field Map in Area near Absolute Gravity Point Modra-Piesok. Kartografické listy, 1998, 6, 3 tab., 6 figs, 5 refs.

Abstract: Scheme of the determination of the quasigeoid and deflections of the vertical by remove-restore technique and some numerical and graphical aspects in this process. Description of the gridding options in SURFER software. Practical experiment in area near absolute gravity point Morda-Piesok. Question of the gravity field map projection and presentation.

Keywords: Anomalous gravity field, remove-restore technique, quasigeoid, deflection of the vertical.

Úvod

Priebeh tiažového poľa v danej lokalite je možné vyjadriť viacerými charakteristikami. Z praktických dôvodov sa tiažové pole popisuje takmer výlučne tzv. poruchovými veličinami. Poruchové veličiny tiažového poľa Zeme vzniknú ako rozdiel skutočnej a normálnej hodnoty danej veličiny, pričom skutočnú hodnotu odhadneme pomocou meraní a normálnu hodnotu vypočítame pomocou vzťahov, ktoré platia pre normálne tiažové pole, ktoré sme si zvolili. Poruchové veličiny sú teda závislé na zvolenom geodetickom referenčnom systéme. Poruchové veličiny tiažového poľa a ich definície sú uvedené v tab. 1.

Tab. 1

Veličina	Definícia	Jednotky
poruchový potenciál	$T = W - U$	$m^2 \cdot s^{-2}$
anomália tiažového zrýchlenia	$\Delta g = g_p - \gamma_0$	$m \cdot s^{-2}$ alebo mGal
tiažová porucha	$\delta g = g - \gamma$	$m \cdot s^{-2}$ alebo mGal
meridiánová zložka zvislicovej odchýlky	$\xi = \varphi - B$	" (uhlové sekundy)
priečna zložka zvislicovej odchýlky	$\eta = (\lambda - L) \cos B$	" (uhlové sekundy)
zvislicová odchýlka	$\Theta = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2}$	" (uhlové sekundy)
výšková anomália	$\zeta = H - h_n$	m

W , U je skutočný resp. normálny tiažový potenciál, g , γ je skutočné resp. normálne tiažové zrýchlenie, φ , λ sú astronomické zemepisné súradnice, B , L sú elipsoidické (geodetické) súradnice, H je elipsoidická výška a h_n je normálna nadmorská výška. Pre geodetickú prax je najdôležitejšie poznať výškovú anomáliu (výšku kvázigeoidu nad elipsoidom) a zvislicové odchýlky (sklon kvázigeoidu voči elipsoidu) v skúmanom území.

Cieľom tohto článku je stručne oboznámiť čitateľov s určením priebehu kvázigeoidu a zvislicových odchýlok v okolí absolútneho gravimetrického bodu Modra-Piesok, ako aj s problémami spojenými s grafickou prezentáciou digitálnej mapy týchto dvoch charakteristík tiažového poľa Zeme.

Absolútny gravimetrický bod Modra-Piesok

Lokalita Modra-Piesok sa nachádza v pohorí Malých Karpát, niekoľko kilometrov severozápadne od známej rekreačnej oblasti Harmónia. V tejto lokalite bolo zriadené astronomické a geofyzikálne observatórium, ktoré vybudovala Matematicko-fyzikálna fakulta UK a Geofyzikálny ústav SAV. Katedra geodetických základov Stavebnej fakulty STU v Bratislave zriadila na pôde tohto observatória permanentnú stanicu Globálneho polohového systému (GPS), ktorá pracuje od júna 1996 a referenčný absolútny gravimetrický bod. Bod GPS bol zapojený do medzinárodného projektu CERGOP, ktorý je zameraný na výskum geodynamiky v strednej Európe. Na tento nadväzuje ďalší medzinárodný projekt UNIGRACE, zameraný na zjednotenie gravimetrických systémov v strednej a východnej Európe, do ktorého je zapojený absolútny gravimetrický bod Modra-Piesok. Po skončení projektu UNIGRACE by mal tento bod slúžiť ako referenčný gravimetrický bod pre Slovensko. Lokalita Modra-Piesok a jej okolie je preto vhodná oblasť na testovanie charakteristík tiažového poľa a na testovanie vstupných gravimetrických údajov, z ktorých sa tieto charakteristiky počítajú.

V širšom okolí lokality Modra-Piesok (MOPI) boli vykonané dva experimenty, ktorých cieľom bolo určiť priebeh kvázigeoidu (Melicher a kol. 1993, Janák 1995). Pri týchto experimentoch boli použité dve rôzne metódy. V prvom experimente bola použitá astronomicko-gravimetrická metóda, ktorej výsledkom bol relatívny priebeh kvázigeoidu, t.j. prevýšenia medzi jednotlivými meranými bodmi. V druhom experimente bola použitá tzv. metóda remove-restore, ktorej výsledkom bol absolútny priebeh kvázigeoidu v bodoch pravouhlej siete so zvolenou hustotou. Výsledok druhého experimentu je teda digitálny model kvázigeoidu, alebo digitálna mapa kvázigeoidu. Po skúsenostiach z týchto experimentov bolo možné priebeh kvázigeoidu spresniť a navyše určiť priebeh zvislicových odchýlok v tejto oblasti. Súborné tieto charakteristiky tiažového poľa vypočítané v pravouhlej sieti môžeme nazvať digitálnou mapou tiažového poľa Zeme.

Proces tvorby digitálnej mapy tiažového poľa Zeme

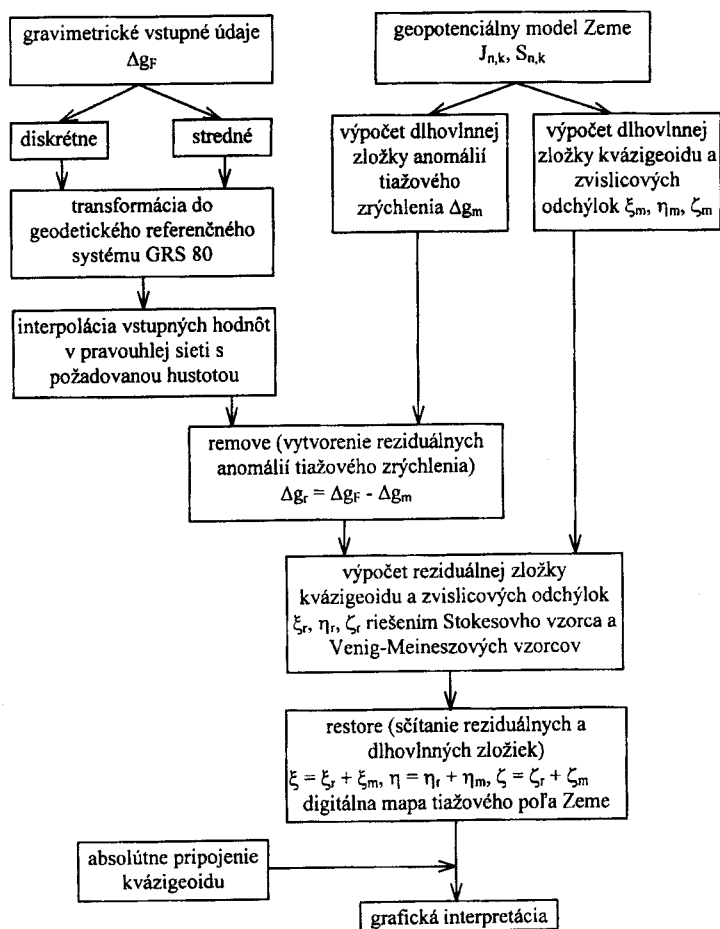
Praktický význam poznania priebehu tiažového poľa Zeme v geodézii v posledných rokoch mimoriadne vzrástol. Vyžaduje si to nová meracia technika, najmä GPS. Priebeh kvázigeoidu je potrebné poznať napr. pri určovaní nadmorských výšok pomocou GPS a tak najmä na odľahlých a ťažko dostupných miestach nahradiť technickú niveláciu. Pri budovaní a udržiavaní geodetických sietí môže digitálna mapa tiažového poľa pomôcť pri spresňovaní nadmorských výšok trigonometrických bodov, prípadne pri skúmaní systematických chýb v niveláčnej sieti. Priebeh zvislicových odchýlok nám zasa dáva obraz o zvlínení kvázigeoidu (o jeho sklone), čo je dôležité najmä pri meraní, resp. budovaní stavebných diel. Digitálna mapa tiažového poľa Zeme v okolí lokality MOPI je jedným z prvých experimentov na Slovensku, ktorých cieľom je odhadnúť presnosť, s akou je možné dnes určovať parametre tiažového poľa Zeme a navrhnuť optimálny postup ich výpočtu, ktorý by bolo možné aplikovať aj na väčšie oblasti, napr. pre Slovensko.

Postup určenia charakteristík tiažového poľa Zeme závisí najmä od vstupných hodnôt, ktoré sú k dispozícii. V okolí bodu MOPI bolo vykonaných viacero rôznych geodetických meraní (astronomických, gravimetrických, niveláčnych, družicových). Z nich najväčšou homogénnou množinou vstupných hodnôt sú gravimetrické merania. Preto bola použitá gravime-

trická metóda, kombinovaná s geopotenciálnym modelom Zeme, ktorá sa nazýva aj remove-restore. Táto metóda, keďže gravimetrické údaje nie sú k dispozícii z celého povrchu Zeme, nahrádza nedostatok gravimetrických údajov v ostatnej časti zemského povrchu geopotenciálnym modelom Zeme. Proces tvorby digitálnej mapy tiažového poľa Zeme touto metódou je znázornený na schéme (obr. 1). Výsledkom tohto procesu sú hodnoty kvázigeoidu resp. zvislicových odchýlok v priesečníkoch pravouhlej siete s požadovanou hustotou.

Prvým krokom pri spracovaní je teda transformácia vstupných údajov do spoločného súradnicového systému. Nesprávne vykonanie tohto kroku môže skresliť, alebo úplne znehodnotiť výsledok. Do jednotného referenčného systému je potrebné transformovať polohu vstupných gravimetrických bodov, ale najmä hodnoty tiažového zrýchlenia. Keďže metóda remove-restore využíva geopotenciálny model Zeme, ktorý je geocentrický, je potrebné použiť pri riešení geocentrický referenčný systém. Pri tvorbe digitálnej mapy v oblasti MOPI bol použitý geodetický referenčný systém GRS80.

Ako vidno zo schémy (obr. 1), v priebehu tvorby digitálnej mapy treba vykonať dva razy interpoláciu pri čom dochádza k určitej strate informácií, a tým k zníženiu presnosti. Preto



Obr. 1. Schéma procesu tvorby digitálnej mapy tiažového poľa Zeme metódou remove-restore

treba venovať veľkú pozornosť voľbe metódy interpolácie a voľbe optimálnych parametrov pre zvolenú metódu. Prvý raz treba vykonať interpoláciu pri vytvorení pravouhlej siete anomálií tiažového zrýchlenia a druhý raz pri grafickej prezentácii, resp. pri interpolovaní údajov z digitálnej mapy. Pri experimente v okolí bodu MOPI bol na interpoláciu použitý program SURFER - verzia 6. Tento program ponúka 8 rôznych metód interpolácie (Keckler, 1997). Sú to:

- metóda inverzných vzdialeností,
- Kriging,
- metóda minimálnej krivosti,
- metóda najbližších bodov,
- polynomickej regresia,
- metóda radiálnych báзовých funkcií,
- Shepardova metóda,
- triangulácia s lineárnou interpoláciou.

Niektoré z uvedených metód (metóda inverzných vzdialeností, polynomickej regresia) sú jednoduché a rýchle, no nie sú vhodné na interpoláciu všetkých typov údajov. Iné metódy sú zložitejšie a náročnejšie na čas výpočtu (Kriging, metóda radiálnych báзовých funkcií), ale väčšinou lepšie vystihujú skutočnosť. Pri predchádzajúcich experimentoch sa ako najspôhlivejšia metóda ukázala metóda minimálnej krivosti a Kriging. Vzhľadom na charakter vstupných údajov bola pre experiment v oblasti MOPI použitá interpolačná metóda Kriging. Pre každú z týchto metód je potrebné nastaviť všeobecné a špeciálne parametre. Všeobecné parametre sú rovnaké pre všetky interpolačné metódy. Ide najmä o zadanie hraníc a hustoty interpolácie a o voľbu metódy vyhľadávania bodov. Špeciálne parametre sú pre jednotlivé metódy rôzne. Keďže týchto parametrov je veľa, spomeniem len tie, ktoré súvisia s metódou Kriging, ktorá bola použitá pri tvorbe digitálnej mapy tiažového poľa v okolí MOPI.

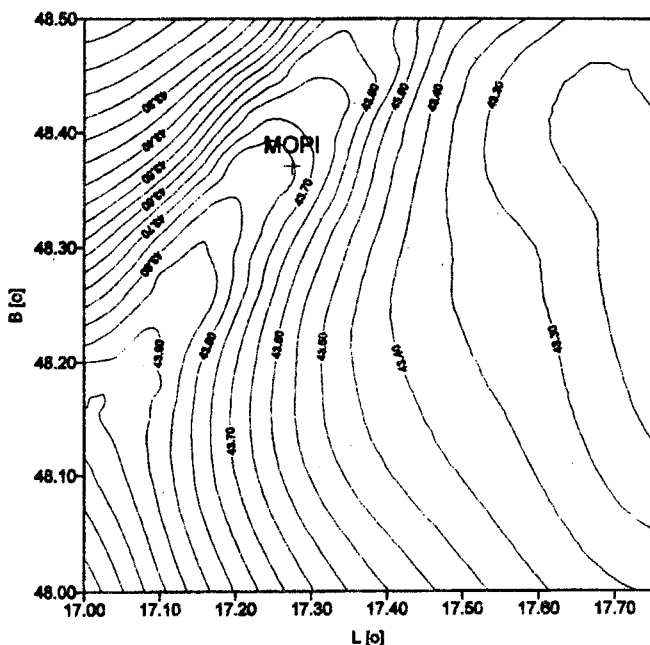
Kriging je veľmi flexibilná štatistická metóda interpolácie, ktorá ponúka možnosť voľby troch parametrov (Keckler 1997): variogram model, drift type a nugget effect. Variogram je matematické vyjadrenie variability pôvodných a interpolovaných údajov v závislosti od vzdialenosti. SURFER ponúka 7 typov variogramov: sférický, exponenciálny, lineárny, Gaussov, kvadratický, pomerný kvadratický a tzv. hole effect model. V prípade nášho experimentu bol použitý lineárny variogram. Druhý parameter (drift type) ponúka tri možnosti: bez driftu, lineárny drift, kvadratický drift, pričom pri experimente bola použitá prvá z možností, t.j. bez driftu. Vplyv tohto parametra sa prejaví vtedy, ak hustota vstupných údajov je veľmi rôzna, t.j. ak v danej oblasti existujú väčšie nezmapované miesta. Posledný parameter (nugget effect) zavádza do interpolácie presnosť vstupných údajov a spôsobuje väčšie vyhladenie interpolovanej plochy. V našom experimente bol tento efekt nulový.

Ďalším dôležitým krokom v procese tvorby digitálnej mapy tiažového poľa je výpočet reziduálnej zložky kvázigeoidu a zvislicových odchýlok (obr. 1), ktorý bol vykonaný riešením Stokesovho, resp. Venig-Meineszových vzorcov metódou rýchlej Fourierovej transformácie s rovinnou aproximáciou Stokesovej funkcie programom Geofour z programového balíka GRAVSOFT (Tscherning a kol. 1992).

Počas celého procesu tvorby digitálnej mapy tiažového poľa vstupuje do spracovania geopotenciálny model Zeme. Prvý raz pri výpočte reziduálnych anomálií tiažového zrýchlenia a druhý raz pri výpočte výsledných hodnôt kvázigeoidu a zvislicových odchýlok. V prípade experimentu v okolí MOPI bol použitý najnovší kombinovaný geopotenciálny model Zeme EGM96 (Pavlis a kol. 1996) do stupňa a rádu 360. Hoci takto vypočítaný kvázigeoid je určený absolútne, je treba pripojiť ho minimálne na jeden referenčný bod so spoľahlivo určenou výškou kvázigeoidu metódou GPS a nivelácie. Je to potrebné z dôvodu zjednotenia

výškových systémov a z dôvodu eliminácie absolútnej nepresnosti geopotenciálneho modelu Zeme. V našom prípade bol za referenčný bod zvolený bod MOPI.

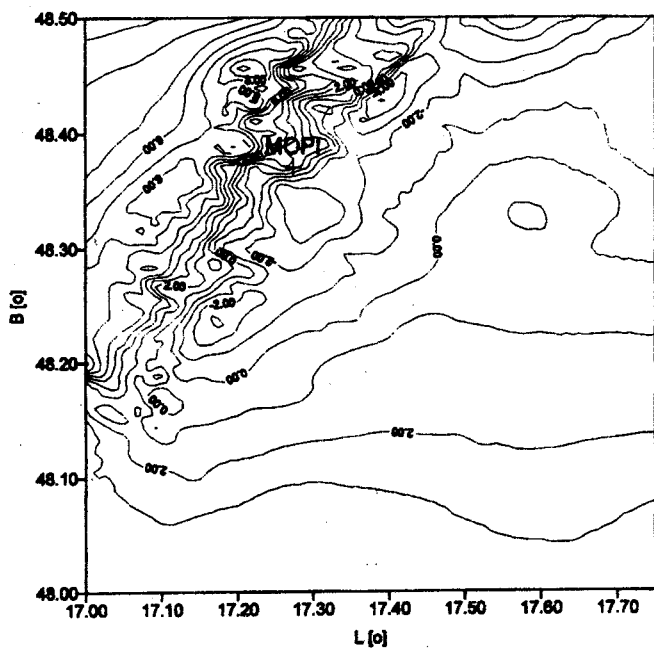
Posledným krokom je grafická interpretácia digitálnej mapy tiažového poľa. Keďže digitálnu mapu tiažového poľa tvorí súbor hodnôt vypočítaných v priesečníkoch pravouhlej siete elipsoidických zemepisných súradníc GRS80, je najjednoduchšie a prehľadné zobrazit digitálnu mapu v území totožnom s kladom listov odvodeným z mapy sveta 1:1 mil. Problémom však ostáva voľba zobrazenia. Program SURFER neumožňuje vykresliť mapový list s lichobežníkovým rámom, ale iba s pravouhlým (štvorcovým, alebo obdĺžnikovým). Preto ak pracujeme so zemepisnými súradnicami, nezohľadňuje zbiehavosť meridiánov a nezachováva jednotnú mierku na celom mapovom liste. Jednou z možností ako dostať mapu v presnej mierke by bola transformácia zemepisných súradníc do zobrazenia UTM. V tom prípade by sme však nemohli zachovať klad listov odvodený z mapy sveta v mierke 1:1 mil. Nech však zvolíme akýkoľvek postup, pri digitálnych mapách chápaných ako súbor údajov vzťahujúcich sa k určitej polohe si musíme uvedomiť, že nie sme odkázaní na grafické odčítavanie informácií z máp. Preto grafická interpretácia nie je najdôležitejším krokom pri tvorbe digitálnej mapy. Priebeh tiažového poľa (kvázigeoidu a zvislicových odchýlok) v oblasti MOPI sa ilustruje na obr. 2 - 4. Keďže zvislicová odchýlka je vektorová veličina, jej priebeh možno zobrazit aj ako vektorové pole (obr. 5).



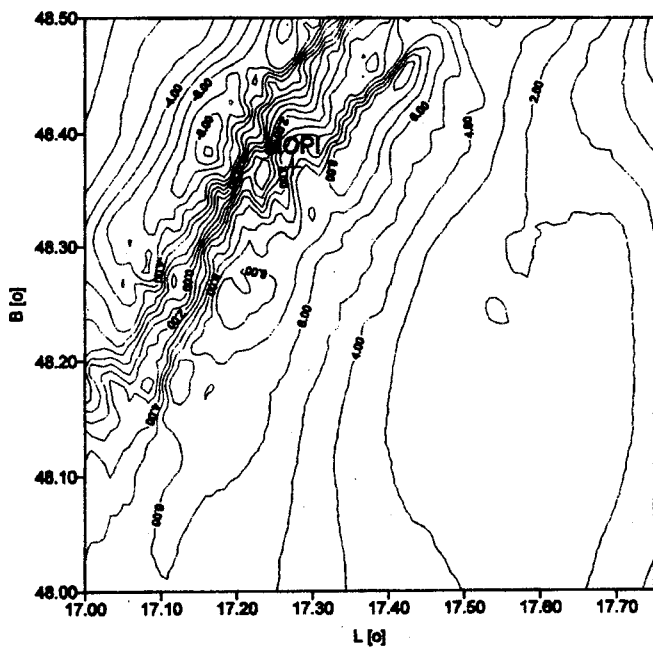
Obr. 2 Kvázigeoid v oblasti absolútneho gravimetrického bodu Modra-Piesok (interval izočiar: 0,05 m)

Posúdenie presnosti

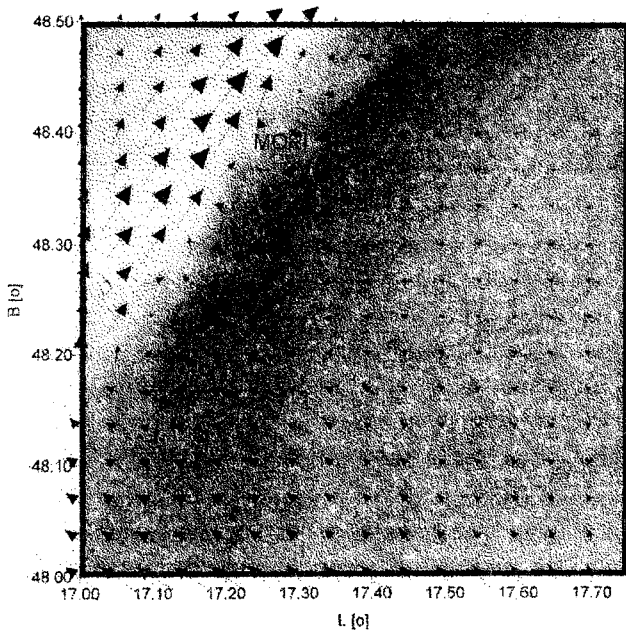
Pretože tvorba digitálnej mapy tiažového poľa je matematicky zložitá, je veľmi náročná a získava kovariančnú maticu vypočítaných hodnôt. Preto sa na posúdenie presnosti používa porovnanie hodnôt kvázigeoidu, resp. zvislicových odchýlok vo vybranej množine bodov inou nezávislou metódou. Na posúdenie výšky kvázigeoidu je to metóda GPS a nivelácie a na posúdenie zvislicových odchýlok astronomická metóda. Z rozdielov hodnôt na týchto bo-



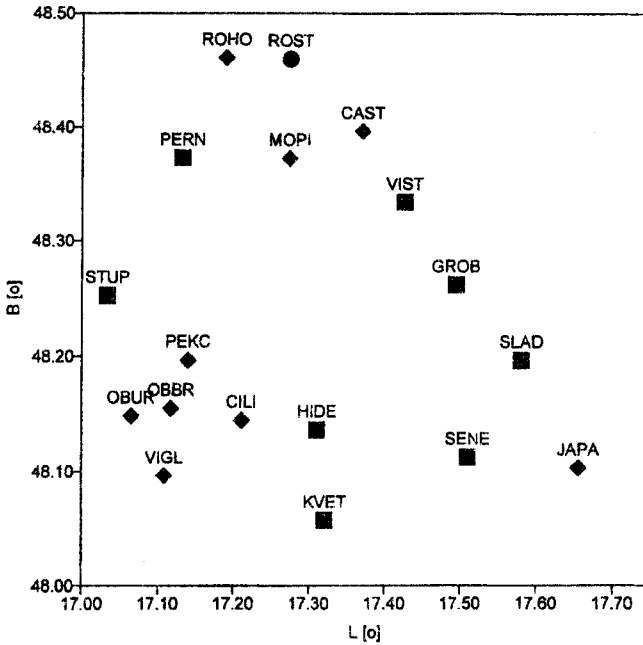
Obr. 3 Meridiánová zložka zvislicovej odchýlky (interval izočiar: 1")



Obr. 4 Priečna zložka zvislicovej odchýlky (interval izočiar: 1")



Obr. 5 Zvislicové odchýlky a kvázigeoid (mierka pre zvislicové odchýlky: 1 cm zodpovedá 5'')



Legenda:

- body GPS s nivelovanou výškou
- ◆ body astronomické a GPS s nivelovanou výškou
- body astronomické

Obr. 6 Rozmiestnenie testovacích bodov

doch je možné vypočítať strednú chybu, v ktorej sa však prejaví aj nepresnosť údajov vstupujúcich do testovacích metód. Testovanie presnosti digitálnej mapy tiažového zrýchlenia v oblasti MOPI je v tab. 2. a tab. 3. Poloha testovacích bodov je na obr. 6.

Na testovanie kvázigeoidu sa použila množina 17 bodov GPS so známou nadmorskou výškou určenou niveláciou. Hodnoty kvázigeoidu vypočítané ako rozdiely elipsoidickej a nadmorskej výšky ζ^{GPS} , hodnoty kvázigeoidu z digitálnej mapy $\zeta^{\text{grav.}}$ a ich rozdiely $\Delta\zeta$ sú v tab. 2. Z rozptylu hodnôt $\Delta\zeta$ je možné určiť jednotkovú strednú chybu

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}} = 0.030 \text{ m,}$$

kde v sú opravy rozdielov $\Delta\zeta$ od aritmetického priemeru a n je počet testovacích bodov.

Tab. 2 Testovanie kvázigeoidu množinou bodov GPS s nivelovanou výškou

Názov a označenie bodu	ζ^{GPS} [m]	$\zeta^{\text{grav.}}$ [m]	$\Delta\zeta = \zeta^{\text{GPS}} - \zeta^{\text{grav.}}$ [m]
Obecný úrad Bratislava IV - OBUR	43.973	43.919	0.054
Observatórium Bratislava - OBBR	43.909	43.851	0.058
Pekná cesta - PEKC	43.880	43.826	0.054
Viglašská ulica - VIGL	43.927	43.868	0.059
Čiližská ulica - CILI	43.702	43.664	0.038
Hidegély - HIDE	43.541	43.512	0.029
Kvetoslavov - KVET	43.579	43.564	0.015
Senec - SENE	43.402	43.386	0.016
Jazemý pahorok - JAPA	43.287	43.313	-0.026
Sládkovičovo - SLAD	43.319	43.326	-0.007
Veľký Grob - GROB	43.340	43.346	-0.006
Višňuk - VIST	43.429	43.406	0.023
Častá - CAST	43.571	43.558	0.013
Modra-Piesok - MOPI	43.755	43.755	0.000
Rohožník - ROHO	43.422	43.368	0.054
Pemek - PERN	43.618	43.572	0.046
Stupava - STUP	43.850	43.781	0.069

Astronomické zvislicové odchýlky v tab. 3 sú získané z troch rôznych meraní. Body JAPA a ROST sú prevzaté z astronomicko-geodetickej siete, body CAST, MOPI, ROHO boli merané pracovníkmi Katedry geodetických základov cirkumzenitálom VÚGTK 50/1000 a ostatné body, t.j. OBUR, VIGL, PEKC, CILI, OBBR boli prevzaté z mestskej trigonometrickej siete Bratislava, ktorá bola zameraná cirkumzenitálom VÚGTK 100/1000 (Melicher 1993). Množina astronomických bodov použitých na testovanie je teda nehomo-génna, čo sa aj prejavilo vo vypočítaných rozdieloch zvislicových odchýlok, kde sú zrejmé systematické vplyvy pri meraní rôznymi prístrojmi, pretože udávaná stredná chyba astronomických zvislicových odchýlok sa pohybuje od 0.1" do 0.4". Zo získaných rozdielov preto nie je možné jednoznačne posúdiť presnosť gravimetrických zvislicových odchýlok získaných z digitálnej mapy. Z rozptylu rozdielov v jednotlivých homogénnych súboroch možno odhadnúť približnú strednú chybu 1".

Tab. 3 Testovanie zvislicových odchýlok množinou astronomických bodov

bod	astronomické zvislicové odchýlky		zvislicové odchýlky z digitálnej mapy		rozdielely astro. - grav.	
	ξ^* ["]	η^* ["]	$\xi^{grav.}$ ["]	$\eta^{grav.}$ ["]	$\Delta\xi$ ["]	$\Delta\eta$ ["]
JAPA	1.421	2.004	2.328	2.451	-0.907	-0.447
ROST	5.232	-3.757	4.505	-5.333	0.727	1.576
CAST	-2.295	7.839	-2.887	8.304	0.592	-0.465
MOPI	2.434	5.802	1.678	5.412	0.756	0.390
ROHO	8.392	-5.106	8.270	-5.712	0.122	0.606
OBUR	0.055	3.286	1.169	3.595	-1.114	-0.309
VIGL	0.693	5.457	2.344	5.891	-1.651	-0.434
PEKC	-1.293	6.456	-0.495	7.056	-0.798	-0.600
CILI	0.241	5.437	1.317	6.281	-1.076	-0.844
OBBR	-0.903	6.073	0.050	6.595	-0.953	-0.522

Záver

Výsledky dosiahnuté pri testovaní digitálnej mapy tiažového poľa v oblasti MOPI dokazujú veľkú informačnú hodnotu gravimetrických údajov a geopotenciálnych koeficientov, ktoré boli použité pri jej tvorbe.

Hoci proces tvorby takejto mapy je matematicky náročný, možno vysloviť presvedčenie, že investovanie do tejto oblasti by sa v budúcnosti mnohonásobne vrátilo. Preto pri budovaní informačných systémov na rôznych úrovniach by sa nemalo zabúdať na informácie o tiažovom poli Zeme, ktorých využiteľnosť v budúcnosti ešte vzrastie.

Literatúra

- Janák, J.: Určenie kvázigeoidu metódou rýchlej Fourierovej transformácie. Diplomová práca. SvF STU, Bratislava, 1995.
- Keckler, D.: SURFER for Windows - version 6. User's Guide. Golden Software Inc., 1997.
- Melicher, J. a kol.: Vybrané metódy riešenia globálnych a regionálnych úloh geodynamiky a geodézie. Výskumná úloha A/6/3/91/IV. SvF STU, Bratislava, 1993.
- Pavlis, E.C. a kol.: The Development of the NASA GSFC and NIMA Joint Geopotential Model. Proceedings paper for the International Symposium on Gravity, Geoid, and Marine Geodesy, Tokyo, 1996.
- Tscherning, C.C, Forsberg, R., Knudsen, P.: The GRAVSOFTE Package for Geoid Determination. Proceedings of the First Continental Workshop on the Geoid in Europe. Praha, 1992.

S u m m a r y

The gravity field map in area near absolute gravity point Modra-Piesok

The paper presents a brief process of the gravity field modelling by remove-restore technique demonstrating by practical experiment in the area near absolute gravity point Modra-Piesok. Also some problems connecting with grafical interpretation of the gravity field map are presented here.

The gravity field of the earth's surface are obviously represented by quasigeoid (heigh anomaly) or by deflections of the vertical. Both of this quantities are so called disturbing quantities which depends on used geodetic reference system.

The process of the gravity field determination by remove-restore technique consist of some main steps:

- transformation of the input gravity data (free air gravity anomaly) into one geodetic reference system, for example GRS80;
- gridding of the input gravity data;
- residual gravity anomaly determination using Earth geopotential model, for example EGM96;
- residual part of the quasigeoid and deflections of the vertical determination;
- addition of the residual and long wavelength part of the quasigeoid and deflections of the vertical;
- graphical interpretation.

This process can be done using Gravsoft package software, geopotential model software and Surfer. The gravity field map has a great importance and can be used in many fields especially in the recent time.

Fig. 1. Process of the gravity field map determination by the Remove-Restore technique.

Fig. 2. Quasigeoid near absolute gravity point Modra-Piesok, contour interval: 0.05m.

Fig. 3. Meridian component of the deflection of the vertical, contour interval: 1".

Fig. 4. Prime vertical component of the deflection of the vertical, contour interval: 1".

Fig. 5. Deflection of the vertical and quasigeoid, scale for the deflection of the vertical: 1cm \approx 5".

Fig. 6. GPS-levelling and astronomical points.

Tab. 1. Quantities of the anomalous gravity field.

Tab. 2. Comparison of the quasigeoid with independent GPS-levelling method.

Tab. 3. Comparison of the deflection of the vertical with independent astronomical method.

Lektoroval:

Doc. Ing. M. Mojzeš, CSc.,

Stavebná fakulta STU,

Bratislava