

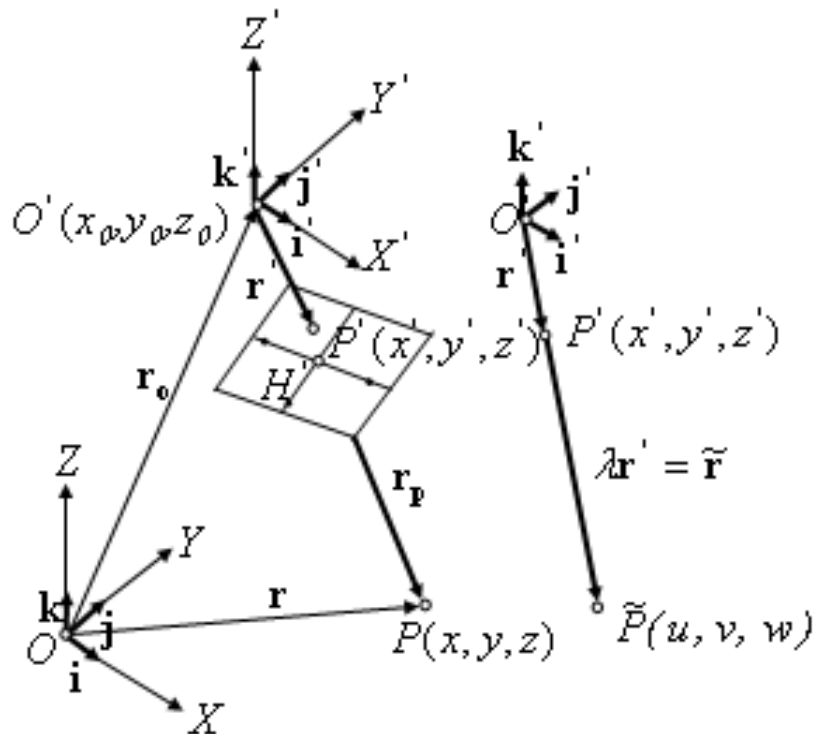
Vonkajšia orientácia

Cvičenie č.3



Podmienka kolineárnosti

Analytické vyjadrenie perspektívneho zobrazenia – snímka vo všeobecnej polohe



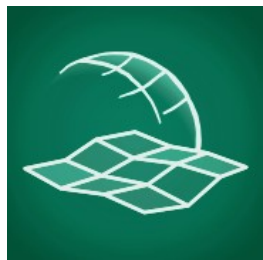
$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_p$$

- vektory $\mathbf{r}'$ a $\mathbf{r}_p$ - kolineárne (ležia na jednej priamke)
- natočenie XYZ voči $X'Y'Z'$ vyjadruje matica ortogonálnej transformácie $\mathbf{M}$

$$\mathbf{r}_p = \lambda \mathbf{M} \mathbf{r}'$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \lambda \mathbf{M} \mathbf{r}'$$

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = \lambda \mathbf{M} \mathbf{r}'$$



Podmienka kolineárnosti

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = -f \begin{pmatrix} \frac{u}{w} \\ \frac{v}{w} \\ \frac{1}{1} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{aligned} x' &= z' \frac{u}{w} \\ y' &= z' \frac{v}{w} \\ z' &= z' \end{aligned}$$

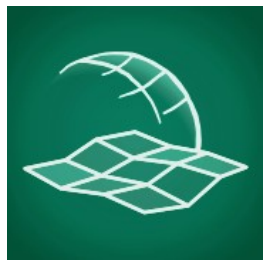
$$x' = -f \frac{u}{w} = -f \frac{m_{11}(x - x_0) + m_{21}(y - y_0) + m_{31}(z - z_0)}{m_{13}(x - x_0) + m_{23}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)}$$

$$y' = -f \frac{v}{w} = -f \frac{m_{12}(x - x_0) + m_{22}(y - y_0) + m_{32}(z - z_0)}{m_{13}(x - x_0) + m_{23}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)}$$

} rovnice
perspektívneho
zobrazenia



analytické vyjadrenie perspektívneho zobrazenia,
resp. centrálnej projekcie



Podmienka kolineárnosti

$$\begin{aligned}x' &= -f \frac{u}{w} = -f \frac{m_{11}(x - x_0) + m_{21}(y - y_0) + m_{31}(z - z_0)}{m_{13}(x - x_0) + m_{23}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)} \\y' &= -f \frac{v}{w} = -f \frac{m_{12}(x - x_0) + m_{22}(y - y_0) + m_{32}(z - z_0)}{m_{13}(x - x_0) + m_{23}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)}\end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned}x' &= -f \frac{u}{w} = -f \frac{m_{11}(x - x_0) + m_{21}(y - y_0) + m_{31}(z - z_0)}{m_{13}(x - x_0) + m_{23}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)} \\y' &= -f \frac{v}{w} = -f \frac{m_{12}(x - x_0) + m_{22}(y - y_0) + m_{32}(z - z_0)}{m_{13}(x - x_0) + m_{23}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)}\right\} \begin{array}{l} \text{rovnice} \\ \text{perspektívneho} \\ \text{zobrazenia} \end{array}$$

- snímkové súradnice sú funkciou prvkov vonkajšej orientácie, modelových súradníc a konštanty fotokamery:

$$x' = f_1(x_0, y_0, z_0, \varphi, \omega, \kappa, x, y, z, f)$$

$$y' = f_2(x_0, y_0, z_0, \varphi, \omega, \kappa, x, y, z, f)$$

- rotácie snímok sú ukryté v koeficientoch matice ortogonálnej transformácie
- význam: chybové rozbery, kalibrácia fotokamier
linearizácia, analytická fotogrametria



Linearizácia podmienkových rovníc kolineárnosti

$$x' = -f \frac{u}{w} = -f \frac{m_{11}(x - x_0) + m_{21}(y - y_0) + m_{31}(z - z_0)}{m_{13}(x - x_0) + m_{23}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)}$$

$$y' = -f \frac{v}{w} = -f \frac{m_{12}(x - x_0) + m_{22}(y - y_0) + m_{32}(z - z_0)}{m_{13}(x - x_0) + m_{23}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)}$$

- pre určenie prvkov vonkajšej orientácie v jednosnímkovej fotogrametrii je potrebné uvedené rovnice linearizovať

$$x' = F_1 = f_1(x_0, y_0, z_0, \varphi, \omega, \kappa)$$

$$y' = F_2 = f_2(x_0, y_0, z_0, \varphi, \omega, \kappa)$$

- linearizáciu vykonáme rozvojom funkcií F_1 a F_2 do Taylorovho radu pre počiatok súradnicového systému v projekčnom centre a pre nulové hodnoty rotácií:

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0$$

$$\varphi = \omega = \kappa = 0$$



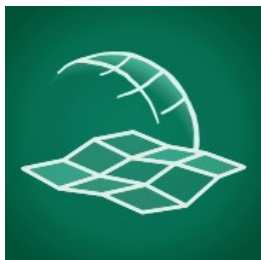
Linearizácia podmienkových rovníc kolineárnosti

- vzhľadom na uvedené podmienky vyjadríme zmeny prvkov vonkajšej orientácie pomocou parciálnych derivácií:

$$x' + dx' = F_1(0) + \frac{\partial F_1}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial F_1}{\partial y_0} dy_0 + \frac{\partial F_1}{\partial z_0} dz_0 + \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_1}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial F_1}{\partial \kappa} d\kappa$$

$$y' + dy' = F_2(0) + \frac{\partial F_2}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial F_2}{\partial y_0} dy_0 + \frac{\partial F_2}{\partial z_0} dz_0 + \frac{\partial F_2}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_2}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial F_2}{\partial \kappa} d\kappa$$

- ďalej je potrebné odvodiť parciálne derivácie podľa translácií a podľa rotácií



Linearizácia podmienkových rovníc kolineárnosti

Spoločný vplyv prvkov vonkajšej orientácie:

$$\begin{aligned} x' + dx' &= F_1(0) + \frac{f}{z} dx_0 + 0 \cdot dy_0 + \frac{x'}{z} dz_0 - \left(1 + \frac{x'^2}{f^2}\right) f d\varphi + \frac{x' y'}{f} d\omega - y' d\kappa \\ y' + dy' &= F_2(0) + 0 \cdot dx_0 + \frac{f}{z} dy_0 + \frac{y'}{z} dz_0 - \frac{x' y'}{f} d\varphi + \left(1 + \frac{y'^2}{f^2}\right) f d\omega + x' d\kappa \end{aligned}$$

snímkové
súradnice
merané
(zvislá
snímka)

+

opravy
(zvyškové
chyby)

=

snímkové
súradnice
vypočítané
z geodetických
(zvislá snímka)

+

opravy
(natočenie)



Výpočet snímkových súradníc z geodetických

Pretínanie nazad:

- vychádzame z podmienky $\varphi = \omega = \kappa = 0$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \kappa & \cos \varphi \sin \kappa & -\sin \varphi \\ \sin \varphi \sin \omega \cos \kappa - \cos \omega \sin \kappa & \sin \varphi \sin \omega \sin \kappa + \cos \omega \cos \kappa & \cos \varphi \sin \omega \\ \sin \varphi \cos \omega \cos \kappa + \sin \omega \sin \kappa & \sin \varphi \cos \omega \sin \kappa - \sin \omega \cos \kappa & \cos \varphi \cos \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$m_{11} = m_{22} = m_{33} = 1$$

$$m_{12} = m_{13} = m_{21} = m_{23} = m_{31} = m_{32} = 0$$

$$x' = -f \frac{u}{w} = -f \frac{m_{11}(x - x_0) + m_{21}(y - y_0) + m_{31}(z - z_0)}{m_{13}(x - x_0) + m_{23}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)}$$

$$y' = -f \frac{v}{w} = -f \frac{m_{12}(x - x_0) + m_{22}(y - y_0) + m_{32}(z - z_0)}{m_{13}(x - x_0) + m_{23}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)}$$

$$x' = -f \frac{(x - x_0)}{(z - z_0)} = F_1(0)$$

$$y' = -f \frac{(y - y_0)}{(z - z_0)} = F_2(0)$$



Výpočet prvkov vonkajšej orientácie

Rovnice opráv pre výpočet prvkov vonkajšej orientácie:

$$dx' = vx' = \frac{f}{z} dx_0 + 0 \cdot dy_0 + \frac{x'}{z} dz_0 - \left(1 + \frac{x'^2}{f^2}\right) f d\varphi + \frac{x' y'}{f} d\omega - y' d\kappa + \overbrace{F_1(0) - x'}^{l_{x'}}$$

$$dy' = vx' = 0 \cdot dx_0 + \frac{f}{z} dy_0 + \frac{y'}{z} dz_0 - \frac{x' y'}{f} d\varphi + \left(1 + \frac{y'^2}{f^2}\right) f d\omega + x' d\kappa + \underbrace{F_2(0) - y'}_{l_{y'}}$$

opravy
(MÁ BYŤ – JE)
(vypočítané – merané)



Výpočet prvkov vonkajšej orientácie

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{f}{z} & 0 & \frac{x'_1}{z} & -\left(1 + \frac{x'^2_1}{f^2}\right)f & \frac{x'_1 y'_1}{f} & -y'_1 \\ \frac{f}{z} & 0 & \frac{x'_2}{z} & -\left(1 + \frac{x'^2_2}{f^2}\right)f & \frac{x'_2 y'_2}{f} & -y'_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{f}{z} & 0 & \frac{x'_n}{z} & -\left(1 + \frac{x'^2_n}{f^2}\right)f & \frac{x'_n y'_n}{f} & -y'_n \\ 0 & \frac{f}{z} & \frac{y'_1}{z} & -\frac{x'_1 y'_1}{f} & \left(1 + \frac{y'^2_1}{f^2}\right)f & x'_1 \\ 0 & \frac{f}{z} & \frac{y'_2}{z} & -\frac{x'_2 y'_2}{f} & \left(1 + \frac{y'^2_2}{f^2}\right)f & x'_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \frac{f}{z} & \frac{y'_n}{z} & -\frac{x'_n y'_n}{f} & \left(1 + \frac{y'^2_n}{f^2}\right)f & x'_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{l} = \begin{pmatrix} l_{x'_1} \\ l_{x'_2} \\ \dots \\ l_{x'_n} \\ l_{y'_1} \\ l_{y'_2} \\ \dots \\ l_{y'_n} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} dx_0 \\ dy_0 \\ dz_0 \\ d\varphi \\ d\omega \\ d\kappa \end{pmatrix}$$



Výpočet prvkov vonkajšej orientácie

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{l} \quad \mathbf{v} = 0$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = -\mathbf{l}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = -\mathbf{l} \quad / \cdot \mathbf{A}^T$$

$$\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = -\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{l} \quad \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} = \mathbf{N}$$

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{X} = -\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{l}$$

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{X} = -\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{l} \quad / \cdot \mathbf{N}^{-1}$$

$$\mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{X} = -\mathbf{N}^{-1} \cdot (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{l}) \quad \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{N} = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{X} = -\mathbf{N}^{-1} \cdot (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{l})$$



Výpočet zvyškových chýb

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{l}$$

Priemerná kvadratická chyba v smere xy na vlícovacích bodoch (Root Mean Square Error, RMSE):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum v^2}{2n}}$$

n – počet vlícovacích bodov