1 Extrémne dĺžkové skreslenia I

Vypočítajte hodnoty modulov dĺžkových skreslení v zobrazení danom rovnicami:

$$X = R \sin \frac{\varphi}{2}$$
$$Y = R \cos \varphi \operatorname{tg} \frac{\lambda}{4}$$

v bode $P = [36° s.s., 172°45' z.d.]$

Riešenie Hľadáme extrémne hodnoty modulu skreslenia dĺžky m_A pri fixovanej polohe vyšetrovaného bodu P, pričom platí:

$$m_A^2 = \frac{E}{R^2} \cos^2 A + \frac{F}{R^2 \cos \varphi} \sin 2A + \frac{G}{R^2 \cos^2 \varphi} \sin^2 A$$

Pre azimuty, v ktorých m_A nadobúda extrémne hodnoty platí:

$$A_a = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2F}{R^2 \cos \varphi \left(m_p^2 - m_r^2\right)}$$

Dosadíme parciálne derivácie zobrazovacích funkcií a súradnice vyšetrovaného bodu:

$$\begin{array}{ll} \frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{R}{2} \cos \frac{\varphi}{2} & \frac{\partial x}{\partial \lambda} = 0 \\ \frac{\partial y}{\partial \varphi} = -R \operatorname{tg} \frac{\lambda}{4} \sin \varphi & \frac{\partial y}{\partial \lambda} = \frac{R \cos \varphi}{4 \cos^2 \frac{\lambda}{4}} \end{array}$$

$$E = R^2 \left(\frac{\cos^2 \frac{\varphi}{2}}{4} + \operatorname{tg}^2 \frac{\lambda}{4} \sin^2 \varphi \right) \implies m_p^2 = \frac{\cos^2 \frac{\varphi}{2}}{4} + \operatorname{tg}^2 \frac{\lambda}{4} \sin^2 \varphi$$

$$F = -R^2 \frac{\sin \varphi \cos \varphi \operatorname{tg} \frac{\lambda}{4}}{4 \cos^2 \frac{\lambda}{4}}$$

$$G = R^2 \frac{\cos^2 \varphi}{16 \cos^4 \frac{\lambda}{4}} \implies m_r^2 = \frac{1}{16 \cos^4 \frac{\lambda}{4}}$$

$$A_a = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{-2 \sin \varphi \operatorname{tg} \frac{\lambda}{4}}{4 \cos^2 \frac{\lambda}{4} \left(\frac{\cos^2 \frac{\varphi}{2}}{4} + \operatorname{tg}^2 \frac{\lambda}{4} \sin^2 \varphi \right) - \frac{1}{4 \cos^2 \frac{\lambda}{4}}}$$

$$A_a = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{-2 \sin 36° \operatorname{tg} \frac{-172{,}75°}{4}}{4 \cos^2 \frac{-172{,}75°}{4} \left(\frac{\cos^2 \frac{36°}{2}}{4} + \operatorname{tg}^2 \frac{-172{,}75°}{4} \sin^2 36° \right) - \frac{1}{4 \cos^2 \frac{-172{,}75°}{4}}}$$

$$\begin{array}{ll} A_a = 29,59833° & \implies m_a = 0,96382 \\ A_b = 119,5959833° & \implies m_b = 0,27160 \end{array}$$

2 Extrémne dĺžkové skreslenia II

Vypočítajte hodnoty modulov dĺžkových skreslení v zobrazení danom rovnicami:

$$
\begin{aligned}
X &= 2R \operatorname{tg} \frac{90^\circ - \varphi}{2} \cos\lambda \\
Y &= 2R \operatorname{tg} \frac{90^\circ - \varphi}{2} \sin\lambda
\end{aligned}
$$

v bode $P = [80^\circ 30' s.s., 22^\circ 42' z.d.]$

Riešenie Hľadáme extrémne hodnoty modulu skreslenia dĺžky m_A pri fixovanej polohe vyšetrovaného bodu P, pričom platí:

$$m_A^2 = \frac{E}{R^2}\cos^2 A + \frac{F}{R^2\cos\varphi}\sin 2A + \frac{G}{R^2\cos^2\varphi}\sin^2 A$$

Pre azimuty, v ktorých m_A nadobúda extrémne hodnoty platí:

$$A_a = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{2F}{R^2\cos\varphi\left(m_p^2 - m_r^2\right)}$$

Dosadíme parciálne derivácie zobrazovacích funkcií a súradnice vyšetrovaného bodu:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial x}{\partial\varphi} &= -\frac{R\cos\lambda}{\cos^2\frac{90^\circ-\varphi}{2}} \quad & \frac{\partial x}{\partial\lambda} &= -2R\operatorname{tg}\frac{90^\circ-\varphi}{2}\sin\lambda \\
\frac{\partial y}{\partial\varphi} &= -\frac{R\sin\lambda}{\cos^2\frac{90^\circ-\varphi}{2}} \quad & \frac{\partial y}{\partial\lambda} &= 2R\operatorname{tg}\frac{90^\circ-\varphi}{2}\cos\lambda
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F = -\frac{R\cos\lambda}{\cos^2\frac{90^\circ-\varphi}{2}}\left(-2R\operatorname{tg}\frac{90^\circ-\varphi}{2}\sin\lambda\right) - \frac{R\sin\lambda}{\cos^2\frac{90^\circ-\varphi}{2}}2R\operatorname{tg}\frac{90^\circ-\varphi}{2}\cos\lambda = 0 \\
A_a = \frac{1}{2}\operatorname{arctg} 0
\end{aligned} \tag{1}
$$

$$
\begin{aligned}
A_a &= 0^\circ & \Longrightarrow m_a &= \frac{\sqrt{E}}{R} = \frac{1}{\cos\frac{90^\circ-\varphi}{2}} = 1,00345 \\
A_b &= 90^\circ & \Longrightarrow m_b &= \frac{\sqrt{G}}{R\cos\varphi} = \frac{2\operatorname{tg}\frac{90^\circ-\varphi}{2}}{\cos\varphi} = 1,00690
\end{aligned}
$$